



فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری  
دوره ۱۴ / شماره ۳ (پیاپی ۵۵) / پائیز ۱۴۰۴  
صفحه ۰۱ تا ۲۰

## ارزیابی عملکرد پرتفوی حاصل از گشتاور مراتب بالاتر با در نظر گرفتن آنتروپی و پنجره غلطان در صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله (ETF)

آرش امینی

دانشجوی دکتری، گروه مدیریت مالی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران،

مریم خلیلی عراقی

استادیار، گروه مدیریت بازرگانی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران (نویسنده مسئول)

m.khaliliaraghi@gmail.com

هاشم نیکومرام

استاد تمام، گروه حسابداری، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران،

Nikoomaram@srbiau.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۱۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۱/۳۱

### چکیده

نحوه چیدمان پرتفوی و عملکرد آن یکی از موضوعات مهم برای همه فعالین حوزه سرمایه‌گذاری است. به جرات می‌توان ریسک حاصله از انتخاب پرتفوی و بازدهی آن را، مهم‌ترین دغدغه شرکت‌های سرمایه‌گذاری و سرمایه‌گذاران خصوصی دانست. براساس نظریه مدن پرتفوی، برای پوشش ریسک بایستی از تنوع‌سازی استفاده شود. این نظریه براساس نرمال بودن توزیع بازدهی دارایی‌های بنیان‌گذاری شده است امام یافته‌های تجربی از عدم نرمال بودن بازده دارایی‌های حکایت دارد. طی سال‌های اخیر از گشتاورهای مراتب بالاتر جهت ارتقا مدل‌های سنتی که فرض اصلی آن نرمال بودن توزیع بود، استفاده شده است. در این تحقیق ما نیز با استفاده از گشتاور مراتب بالاتر و همچنین با استفاده از آنتروپی که در جهت تنوع‌سازی مورد استفاده قرار گرفت، به انتخاب پرتفوی با فرض عدم نرمال بودن خواهیم پرداخت. نکته حائز اهمیت استفاده از اطلاعات به‌روز در جهت افزایش کارایی مدل است و بر همین اساس ما از پنجره غلطان در جهت استفاده از اطلاعات قیمتی جدید استفاده کردیم. روش استفاده از اطلاعات مالی بدین شکل است که با استفاده از بازدهی شاخص کل در پنج روز کاری گذشته در فاصله زمانی بین ۱۳۹۷ تا ۱۳۹۹، به وزن‌دهی صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله پرتفوی در روز کاری بعد اقدام کردیم. صندوق‌های etf مد نظر از بین صندوق‌های انتخاب شدند که در بیشتر از ۹۰ درصد از روزهای معاملات، دارای معاملات بوده باشند و بر این اساس ۹ صندوق انتخاب شدند. برای تحلیل داده‌ها از زبان برنامه نویسی پایتون و کتابخانه‌های math و numpy استفاده شده است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که در بیشتر موارد استفاده از مدل گشتاور مراتب بالاتر که در آنها آنتروپی لحاظ شده است، می‌تواند نتایج بهتری در انتخاب پرتفوی را برای ما فراهم آورد.

**واژه‌های کلیدی:** ارزیابی عملکرد، گشتاور مراتب بالاتر، پرتفوی، آنتروپی، پنجره غلطان.

## ۱- مقدمه

دستیابی به رشد بلند مدت و مداوم اقتصادی، نیازمند تجهیز و تخصیص بهینه منابع در سطح اقتصاد ملی است و این مهم بدون کمک بازارهای مالی، به ویژه بازارهای سرمایه گسترده و کارآمد به سهولت امکان پذیر نیست. بازارهای مالی نیز با توسعه و تحولات اقتصادی سال‌های اخیر توسعه یافته است و یکی از ارکان این بازارها، صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله است که بیش از پیش مورد توجه سرمایه‌گذاران قرار گرفته و طی سال‌های اخیر شاهد تشکیل شرکت‌های تخصصی جهت سرمایه‌گذاری در این بخش هستیم. در این میان به علت تغییراتی که در این صندوق‌ها بوجود می‌آید، نیاز به تغییرات همسو با این شرایط برای فعالان حوزه سرمایه‌گذاری را ایجاد می‌کند.

طی سال‌های گذشته محاسبات مالی با تغییرات چشم‌گیری همراه بوده و روش‌های انتخاب پرتفوی در جهت افزایش مطلوبیت سرمایه‌گذاران توسعه یافته‌اند. مارکوییتز مدل بهینه‌سازی کلاسیک خود را مبتنی بر معیارهای میانگین و واریانس ارائه داد که بازده دارایی‌ها در این مدل نرمال فرض شده بود و در ادامه محققان مختلفی در پژوهش‌های خود نرمال بودن بازده دارایی‌ها را زیر سوال بردند. بنابراین مدل کلاسیک ارائه شده توسط مارکوییتز کارایی خود را در انتخاب سبد بهینه را از دست داد.

پژوهشگرانی همچون آردیتی در سال ۱۹۷۱، کراس ولیتزبرگر در سال ۱۹۷۶، اسیموکویتز و بیدل در سال ۱۹۷۸ و کونو و سوزوکی در سال ۱۹۹۲ نشان دادند که مطلوبیت بیان شده توسط مارکوییتز باپستی توسط گشتاورهای مراتب بالاتر مانند کشیدگی و چولگی تعدیل شود و بر این اساس مدل‌های همچون MVS و MVSK به منظور بهینه‌سازی پرتفوی ارائه شدند.

مدل MVS نیز پس از بحران مالی سال ۲۰۰۸ مورد تردید قرار گرفت چرا که با توجه به تعداد دارایی‌هایی محدودی که لحاظ می‌کند نتوانست مطلوبیت سرمایه‌گذاران را جلب کند. بر همین اساس آنتروپی که معیار متنوع‌سازی پرتفوی است به عنوان یکی از گشتاورهایی که باپستی لحاظ شود مورد توجه قرار گرفت. با توجه به نکته گفته شده، مدل‌هایی که گشتاور مراتب بالاتر و آنتروپی را در نظر می‌گیرند، می‌توانند کارایی بالاتری برای سرمایه‌گذاران به همراه داشته باشند. لذا نواقص مدل‌های قبل باعث گردید در تحقیق حاضر به بررسی مدل جدیدی جهت انتخاب پرتفوی از صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله بپردازیم و به دنبال این هدف باشیم که آیا مدل جدید در مقایسه با مدل‌های قبلی در انتخاب این پرتفوی عملکرد بهتری دارند یا خیر؟

همواره یکی از دغدغه‌های فعالین بازار سرمایه، کاهش ریسک و در عین حال افزایش بازدهی است و طی سال‌های گذشته نحوه وزن‌دهی هر یک از سهام موجود در پرتفوی در جهت نیل به مطلوبیت بیشتر مورد توجه قرار گرفته است و به نظر می‌رسد خلا تحقیقی در این مورد قابل توجه است. بر همین اساس بر آن شدیم که علاوه بر میانگین، واریانس و چولگی به بررسی استفاده از آنتروپی در جهت توزیع مناسب‌تر وزن‌دهی به هریک از سهام بپردازیم.

در این تحقیق سعی داریم، به بررسی مدلی بپردازیم که هدف آن، ماکزیمم کردن چولگی (به دلیل عدم نرمال بودن بازده دارایی‌ها) و در عین حال آنتروپی به عنوان معیار وزن‌دهی و از سوی دیگر مینیمم کردن واریانس پرتفوی هستیم.

شایان ذکر است در این تحقیق برای اولین به بررسی تاثیر آنتروپی بر روی انتخاب صندوق‌های etf پرداخته شده است. یکی از نکات متمایز این تحقیق بررسی وزن قابل اختصاص به هر صندوق است که تا به حال مورد بررسی قرار نگرفته بود.

در ادامه، پیشینه پژوهش بیان خواهد شد و سپس مروری بر مبانی نظر صورت می‌گیرد. در انتها یافته‌های پژوهش و نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

### مروری بر ادبیات تحقیقات

از آغاز دهه ۱۹۶۰ تاکنون پژوهشگران زیادی به دنبال ارزیابی عملکرد پرتفوی بوده‌اند و همواره به دنبال مدل‌سازی و آزمون مدل‌های موجود بوده‌اند. به طور کلی، این مدل‌ها بر اساس دو تئوری متفاوت؛ یعنی تئوری مدرن پرتفوی و تئوری فرا مدرن پرتفوی شکل گرفته‌اند. در تئوری مدرن پرتفوی (MPT) ریسک به عنوان تغییرپذیری کل بازده‌ها حول میانگین بازده تعریف و با استفاده از معیار واریانس محاسبه می‌شود. به عبارت دیگر، تئوری مدرن پرتفوی به لحاظ توزیع انحرافات در معیار واریانس، وزن‌های برابری را برای همه انحرافات مثبت و منفی در شرایط عدم اطمینان (مطلوب و نامطلوب) به عنوان ریسک در نظر می‌گیرد. به همین سبب است که واریانس به عنوان معیار ریسک متقارن شناسایی می‌گردد و زمانی می‌توان از آن استفاده نمود که توزیع بازده‌ها از نوع نرمال باشد. این مساله در حالی است که امروزه تحقیقاتی که بر روی بازارهای سهام نوظهور صورت گرفته، نشان داده است که توزیع بازدهی در این بازارها نرمال نیست. بر همین اساس، تئوری پست مدرن (فرامدرن) پرتفوی (PMPT) مطرح شد.

پیدایش تئوری مدرن پرتفوی به سال ۱۹۵۲ بر می‌گردد؛ یعنی زمانی که هری مارکوویتز مقاله خود را با عنوان انتخاب پرتفوی منتشر نمود. (مارکوویتز، ۱۹۵۲)

تحقیقاتی که بر روی بازارهای سهام نوظهور صورت گرفته، نشان داده است که توزیع بازدهی در این بازارها نرمال نیست. این تئوری بین نوسان‌های مطلوب و نامطلوب، وجه تمایز آشکاری قائل می‌شود. در تئوری پست مدرن پرتفوی، تنها نوسان‌های پایین‌تر از نرخ بازده هدف سرمایه‌گذار، مشمول ریسک هستند و این مساله در حالی است که همه نوسان‌های بالاتر از این هدف (در شرایط عدم اطمینان)، به عنوان فرصت‌های سرمایه‌گذاری به منظور دستیابی به نرخ بازده مطلوب به حساب می‌آیند. (بیکاریت و همکاران، ۱۹۹۸)

### تصمیم‌گیری چند معیاره و استفاده از گشتاور مراتب بالا

تصمیم‌گیری شامل بیان درست اهداف، تعیین راه‌حل‌های مختلف و ممکن، ارزیابی امکان پذیری آنان، ارزیابی عواقب و نتایج ناشی از اجرای هر یک از راه‌حل‌ها و بالاخره انتخاب و اجرای آن می‌باشد. کیفیت مدیریت اساسا تابع کیفیت تصمیم‌گیری است زیرا کیفیت طرح و برنامه‌ها، اثربخشی و کارآمدی راهبردها و کیفیت نتایجی که از

اعمال آنها بدست می‌آید همگی تابع کیفیت تصمیماتی است که مدیر اتخاذ می‌نماید. در اکثر موارد تصمیم‌گیری‌ها وقتی مطلوب و مورد رضایت تصمیم‌گیرنده است که تصمیم‌گیری براساس چندین معیار مورد بررسی قرار گرفته باشد. معیارها ممکن است کمی یا کیفی باشند. در روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره که در دهه‌های اخیر مورد توجه محقق قرار گرفته است بجای استفاده از یک معیار سنجش بهینگی از چند معیار سنجش استفاده می‌شود. مطالعه آکادمیک نیمه واریانس در تئوری پرتفوی قدمتی برابر با واریانس دارد. نیمه واریانس با انتشار دو مقاله مجزا در سال ۱۹۵۲ توسط مارکوویتز و ری به عنوان معیار ریسک مطرح گردید. ری سعی در ارائه روشی عملی برای مشخص کردن بهترین میزان تعامل بین ریسک و بازده نمود. به اعتقاد ری، سرمایه‌گذاران در ابتدا به دنبال حفظ اصل سرمایه خود بوده، سپس حداقل نرخ بازدهی را برای سرمایه خود در نظر می‌گیرند.

سورتینو و پرایس در سال ۱۹۹۴ از ریسک نامطلوب برای ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری استفاده کردند. آنها واژه انحرافات نامطلوب را به جای نیمه واریانس زیر نرخ هدف به کار گرفتند. آنها با استفاده از داده‌های ماهانه مربوط به ۱۰ سال منتهی به دسامبر ۱۹۹۲ برای دو صندوق سرمایه‌گذاری و شش شاخص بازار سهام، مفید بودن استفاده از ریسک نامطلوب را در ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری نشان دادند.

لی و همکاران در تحقیقی تحت عنوان "ترکیب تکنیک‌های تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM) برای انتخاب سهام براساس دیدگاه مدل گوردون" معیارهای موثر بر قیمت سهم را شناسایی کردند. آنها در این تحقیق معیارهای موثر بر سه عنصر کلیدی مدل گوردون را با توجه به مرور ادبیات تحقیق استخراج نمودند. معیارهای موثر بر سه معیار اصلی مدل گوردون (سود سهام پیش بینی شده، نرخ تنزیل و نرخ رشد) شامل چشم انداز صنعت، درآمدها، جریان نقد عملیاتی، نسبت پرداخت سود، بتای بازار، بازده بدون ریسک، نرخ رشد درآمدها و نرخ رشد سود تقسیمی می‌شدند. بر اساس مدل میانگین واریانس فقط به گشتاور اولیه و ثانویه مربوط به بازده مورد انتظار و واریانس-کواریانس ماتریس بازده توجه شده است. به هر حال، این گشتاور اصولاً برای پرتفوی که دارای توزیع بازده نرمال نیست توضیح مناسب ندارد. بنابراین، تحقیقات زیادی برای در نظر گرفتن گشتاورهای بیشتر انجام شد. چونهاکیندا و همکاران، آردیتی و لیوی به طور جداگانه بیان کردند که گشتاور بیشتر نباید نادیده گرفته شوند، چون بر تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران تاثیر دارد.

آردیتی در سال‌های ۱۹۷۵، ۱۹۷۱ و کرواس و لیتزبرگر در سال ۱۹۷۶ و هاروی و سیدیکو طی مطالعاتی که انجام دادند نشان دادند که سرمایه‌گذاران چولگی مثبت را ترجیح می‌دهند. پس از آن مطالعاتی نیز در سال‌های اخیر انجام گرفته است که چولگی را به عنوان گشتاور سوم در ارزیابی عملکرد سبد اوراق بهادار مورد آزمون قرار داده‌اند.

پرایس و نانتل در سال ۱۹۸۲ ارتباط میان بتای سنتی و بتای نامطلوب را در نمونه‌ای که از صندوق‌های سرمایه‌گذاری بازار اوراق بهادار ایالات متحده انتخاب شده بود، بررسی کردند و هنگام بررسی ارتباط میان بتای سنتی و بتای نامطلوب، متوجه شدند که بازدهی دارایی‌های موجود در بازار دارای چولگی منفی هستند.

حمید و پراکاش در سال ۱۹۹۷ به بررسی چولگی در انتخاب پرتفوی پرداختند و نتایج تجربی شان حاکی از آن بود که لحاظ کردن چولگی به تصمیمات پرتفوی سرمایه‌گذار موجب تغییرات اساسی در ساختار پرتفوی بهینه می‌شود.

فرند و وسترفیلد در سال ۱۹۸۰ و هری و سیدکی در سال ۱۹۹۹ ادعا کردند که چولگی نقش مهمی در قیمت‌گذاری اوراق بهادار بازی می‌کند. هاتسن و همکاران در سال ۲۰۰۸ به بررسی ارتباط میان حجم معاملات و چولگی بازده در ۱۱ بازار سهام بین‌المللی با استفاده از داده‌های روزانه و ماهانه طی دوره ۱۹۸۰-۲۰۰۴ پرداختند. نتایج آنها نشان داد که حجم معاملات بالا منجر به چولگی منفی در بازده می‌شود.

پارکرش و همکاران، هاروی و همکارا، ایبوستون هم به طور جداگانه در مورد وجود گشتاور بیشتر در سیستم تخصیص دارایی در صورتی که بازده از توزیع احتمالی متقارن پیروی نکند بحث کردند. علاوه بر این، آنها نشان دادند که وقتی چولگی در فرآیند تصمیم‌گیری مدنظر قرار می‌گیرد، سرمایه‌گذار می‌تواند بازده بالایی را کسب کند. بنابراین، MVM بسط داده شد تا چولگی به این مدل اضافه شود. این مدل، مدل میانگین-واریانس-چولگی (MVS) نامیده شد.

کریستی و همکاران در سال ۲۰۰۱ بیان کردند که نرخ بازدهی مورد انتظار نه تنها با ریسک سیستماتیک بلکه همچنین با گشتاورهای چولگی و کشیدگی در ارتباط است.

لی و دیگران در سال ۲۰۰۹ یک مدل انتخاب پورتفوی میانگین-واریانس-چولگی با پارامترهای فازی را ارائه دادند.

چیائو و سایرین در سال ۲۰۰۳ در این زمینه در تایوان تحقیقی انجام دادند که بین بازدهی سهام و چولگی چنین رابطه‌ای را تایید می‌کند. آنها به این نتیجه رسیدند که در دوره‌های صعودی تاثیر چولگی و کشیدگی در توصیف بازدهی سهام نسبت به دوره‌های نزولی بیشتر است.

از طرف دیگر، چوناچیندا و همکارانش نشان دادند که وزن پرتفوی که از MVM و MVSM به دست می‌آید معمولاً بر دارایی‌های کم تمرکز دارد در حالی که یکی از هدف‌های اختصاص دارایی تنوع است.

پراکاش و همکارانش در تحقیق دیگر، تاکید مدل‌های MV و MVS را بر دارایی‌های کم را تایید کردند. برا و پارک هم در تحقیق خود نشان دادند که مدل‌های فوق برای تنوع بخشی پرتفوی کارآمد نیستند.

برای برآورد تنوع، آنتروپی به عنوان مقیاسی برای تعیین تنوع در بسیاری مطالعات پذیرفته شده است. که نشان داده شده، هرچه مقدار آنتروپی پرتفوی اندازه‌گیری شده بیشتر باشد نشان‌دهنده تنوع بیشتری است. برا و پارک، اولین تلاش‌ها برای استفاده از آنتروپی برای تابع هدف در توابع هدف چندگانه برای انتخاب پرتفوی را انجام دادند. آنها مدل‌های اختصاص دارایی را بر اساس آنتروپی و آنتروپی متقاطع برای ایجاد پرتفوی که به خوبی متنوع شده را ارائه کردند. اگر آنتروپی به عنوان تابع هدف برای تعیین وزن‌های پرتفوی استفاده شود، وزن‌های به دست آمده به صورت اتوماتیک غیر منفی می‌شوند. که این بدین معنی است که مدلی که دارای آنتروپی است طبیعتاً منجر به وضعیت مطلوب در انتخاب پرتفوی بهینه به دلایل تئوریک و عملی بستگی دارند.

ایلههان اوستا و یلیزمیریت کانتر در سال ۲۰۱۰ به بررسی عملکرد پرتفوی با استفاده از آنتروپی پرداختند و به این نتیجه رسیدند که استفاده از آنتروپی می‌تواند عملکرد پرتفوی را بهبود بخشد. علاوه بر این، گیلیمور و همکارانش نشان دادند که واریانس پرتفوی با افزایش تنوع کاهش می‌یابد.

از طرف دیگر، رابطه بین تنوع و چولگی در بسیاری از تحقیقات مورد بررسی قرار گرفته است. سیرس و ترینپول نشان داده‌اند که اگر سرمایه‌گذاران در تلاش برای به دست آوردن چولگی مثبت باشند این امر می‌تواند باعث کاهش تنوع شود.

همچنین، سیمکوئز و بیدلس رفتار چولگی بازده پرتفوی را زمانی که تنوع افزایش می‌یابد را بررسی کرد و به این نتیجه رسید که افزایش تنوع، نتیجه کاهش شدید چولگی پرتفوی است.

علاوه بر این، نتایج تحقیق هیونگ نشان می‌دهد زمانی که تنوع، واریانس پرتفوی را کاهش می‌دهد، به همین ترتیب چولگی هم کاهش می‌یابد. به این دلایل، چولگی و تنوع اهداف متناقض و در تضاد با هم برای انتخاب پرتفوی هستند.

احمد نبی‌زاده و عادل بهزادی در سال ۲۰۱۸ نشان دادند که استفاده از گشتاور مراتب بالاتری که در آن آنتروپی لحاظ شده باشد، به بهینه‌سازی پرتفوی کمک می‌کند.

شایان ذکر است در این تحقیق از رویکرد بهینه‌سازی پرتفوی محققان دیگر مانند کالنا و کولازو (۲۰۰۷)، دیویس و همکاران (۲۰۰۹)، مهیری پریگنت (۲۰۱۰)، اسکرینجاریک (۲۰۱۳) و پرولس و اسچویزر (۲۰۱۴) بهره برده شد.

ژائو و همکاران در سال ۲۰۲۰ مدل‌های آنتروپی جفتی در جهت اندازه‌گیری وابستگی در بازارهای سهام را مورد بررسی قرار دادند و نتایج نشان داد استفاده از آنتروپی جفتی می‌تواند وابستگی در بازارهای سهام را بهتر نشان دهد. لیو و همکاران در سال ۲۰۲۰ از معیارهای مبتنی بر آنتروپی برای شناسایی انواع رفتارهای معاملاتی استفاده کردند. لو و همکاران در سال ۲۰۲۰ شاخصی به نام قطبیت را برای بررسی عدم تعادل تجاری در بازار سهام چین براساس آنتروپی پیشنهاد کرد و یافته‌های این محققان نشان می‌دهد عدم تعادل تجاری مبتنی بر آنتروپی قابلیت پیش‌بینی پذیری بالاتری دارد.

پیتر و همکاران در سال ۲۰۲۰ از آنتروپی برای بهبود ریسک پرتفوی استفاده کردند و نتایج تحقیق حاکی از کاهش ریسک پرتفوی و بهبود عملکرد نسبت به مدل‌های سنتی بود.

## رویکرد پنجره غلطان

در مقاله پیش رو به منظور محاسبه شاخص ارزیابی عملکرد از رویکرد پنجره غلطان بهره برده شده است. در این رویکرد، معمولاً پنجره تخمین به طول ۷۰ روز  $WL=70$  در نظر گرفته می‌شود. در هر مرحله با استفاده از داده‌های مربوط به این پنجره تخمین و مقادیر بهینه محاسبه شده برای هر تابع هدف، اوزان بهینه محاسبه می‌شود. این فرآیند با غلط زدن پنجره و داده‌های جدید تکرار شده و اوزان بهینه دوباره محاسبه خواهد شد. در انتها  $T-WL$  پرتفوی (بردار اوزان) طی این فرآیند حاصل خواهد شد که  $T$  دوره زمانی مورد نظر و  $WL$  طول پنجره می‌باشد. در

هر مرحله با استفاده از اوزان محاسبه شده مقدار  $R_{p,t+1}$  به عنوان بازده خارج از نمونه پرتفوی برای دوره  $t+1$  محاسبه می‌شود.

$$R_{p,t+1} = W T t r_{t+1}$$

در رابطه فوق  $r_{t+1}$  بردار بازدهی در زمان  $t+1$  می‌باشد. بنابراین می‌توان به تعداد  $T-WL$  بازده خارج از نمونه برای هر پرتفوی بهینه محاسبه شده بدست آورد که این بازده‌ها را برای محاسبه  $SR$  و  $MSR$  می‌توان برای مقایسه مدل‌ها محاسبه کرد. همچنین همانند پژوهشی که اوتسا و کانتار (۲۰۱۱) انجام دادند، به منظور مقایسه  $SR$  می‌توان از آماره  $ZJK$  استفاده کرد که دارای میانگین صفر و واریانس می‌باشد. و مقدار واریانس بنا به رابطه زیر قابل محاسبه است.

### روش تحقیق

با توجه به هدف این تحقیق مبنی بر استفاده از گشتاور مراتب بالا برای انتخاب پرتفوی از صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله (ETF) در بورس تهران، تحقیق حاضر از لحاظ نوع هدف جزء پژوهش‌های کاربردی به حساب می‌آید. همچنین از نظر روش گردآوری توصیفی می‌باشد و از آنجا که از داده‌های تاریخی استفاده می‌شود از جمله تحقیقات پس رویدادی است.

جامعه آماری تحقیق حاضر کلیه صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله (ETF) می‌باشند. از این میان این صندوق‌ها، هر کدام که در دوره دو ساله مورد بررسی بیش از ۹۰ درصد از روزها معامله شده باشد به عنوان نمونه آماری مدنظر ما، انتخاب شده است. بر همین اساس ۹ صندوق شرایط مدنظر ما را داشتند. برای جمع‌آوری اطلاعات صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله از سایت‌های مرکز پردازش اطلاعات مالی ایران، بورس و همچنین سایت سورس آرنا استفاده شده است. پس از جمع‌آوری داده‌ها با استفاده از زبان پایتون و کتابخانه‌های  $math$  و  $numpy$  تجزیه و تحلیل داده‌ها صورت خواهد پذیرفت.

در حوزه سهام در کشورمان تحقیقات بسیاری انجام شده و این در حالی است که در حوزه صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله به عنوان جانشینی برای سرمایه‌گذاری مستقیم، آنچنان که باید، بررسی انجام نشده است. همچنین، بسیاری از تحقیقاتی که در صورت گرفته بیشتر بر مدل میانگین واریانس تاکید داشته و به صورت محدود به گشتاور مراتب بالا مانند چولگی در مدل میانگین واریانس توجه شده است. با توجه به این شرایط و نواقصی مانند توجه بسیار به چولگی مثبت و سایر مواردی که در ادامه بیان خواهند شد بر آن شدیم که مدلی ارائه دهیم که هم نکات مثبت مدل‌های قبلی را در خود داشته باشد و هم بتواند به تنوع بخشی کمک کند. برای این مهم، آنتروپی را برای تنوع بخشی بهتر به مدل‌های قبلی اضافه کردیم. دقت داشته باشید جهت بهبود ارزیابی و استفاده از اطلاعات بروز صندوق‌ها، بازه‌های ارزیابی خود را به بازه‌های ۵ روزه تغییر دادیم. دوره مورد بررسی سال‌های بین ۱۳۹۷ تا سال ۱۳۹۹ است.

در زیر روند انجام این کار را توضیح خواهیم داد. در ابتدا از مدل‌های میانگین واریانس شروع کرده تا به مدل‌های با گشتاور مراتب بالا یعنی میانگین واریانس چولگی آنتروپی برسیم، سپس عملکرد هر کدام را با توجه به شاخص‌های موجود بررسی خواهیم کرد.

### مدل‌های انتخاب پرتفوی سنتی

در این بخش، ما معروف‌ترین مدل انتخاب پرتفوی سنتی و تعاریف و تذکرات لازم را ارائه می‌دهیم.

مدل‌های تحقیق حاضر

بردار اوزان پرتفوی  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  هستند که  $x_i$  وزن  $i$  امین دارایی ریسکی پرتفوی است. اوزان پرتفوی به این صورت می‌شوند:

$$\sum_{i=1}^n x_i = x^T 1 = 1$$

که  $1$  یک بردار  $n \times 1$  است و  $T$  ترانزپوس بردار را نشان می‌دهد. به علاوه، اوزان پرتفوی دارای محدودیت  $[0, 1]$

$X_i \in \mathbb{R}$  که بدین معنی است فروش استقراضی مجاز نیست چون اگر قرار باشد فروش استقراضی مجاز باشد می‌تواند این عدد از یک بیشتر شود و می‌تواند وزن بعضی از صندوق‌ها حتی از  $1$  بیشتر شود. بردار بازده اضافی به این صورت می‌شود:

$$R = (R_1, R_2, R_3)^T \begin{pmatrix} \tilde{R}_1 - r_f \\ \tilde{R}_2 - r_f \\ \dots \\ \tilde{R}_n - r_f \end{pmatrix}$$

$R_i =$  صرف بازده  $i$  امین صندوق مورد بررسی

$r_f =$  بازده شاخص کل به عنوان معیاری جهت بررسی عملکرد کلی مد نظر قرار گرفته است.

بردار میانگین بازده اضافی به این صورت می‌شود:

$$E[R] = M = (m_1, m_2, \dots, m_n)^T$$

که  $m_i = E(R_i)$  و  $E$  عملگر مورد انتظار است.

ماتریس  $n \times n$  واریانس-کوارینانس بازده اضافی به این صورت است:

$$E[R - E[R]]^2 = V$$

که  $V$  شامل اجزای زیر است:

$$\sigma_{ij} = E[(R_j - E[R_j])(R_i - E[R_i])]$$

که واریانس بین بازده دارایی‌های  $i$  و  $j$  برای  $(i, j) \in [1, \dots, n]$  را نشان می‌دهد. چولگی هم به این شکل است:

$$E[R-E[R]]^3 = S$$

که شامل اجزایی زیر است:

$$S_{ijk} = E[(R_i - E[R_i])(R_j - E[R_j])(R_k - E[R_k])]$$

که چولگی بین بازده دارایی‌های  $i$ ،  $j$  و  $k$  برای  $\forall(i,j,k) \in [1, \dots, n]$  را نشان می‌دهد.

معادله‌های میانگین واریانس چولگی آنتروپی برای پرتفوی

میانگین، واریانس و گشتاور مرکزی سوم در بازده پرتفوی و آنتروپی اوزان (احتمالات) پرتفوی به این ترتیب هستند:

$$E[R_p] = E[X^T R] = \sum_{i=1}^n X_i m_i = X^T M$$

که

$$R_p = \sum_{i=1}^n X_i R_i$$

بازده پرتفوی است.

واریانس پرتفوی به این صورت می‌شود:

$$\sigma^2[R_p] = E[X^T R - E[X^T R]]^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} = X^T V X$$

و

$$S_3 = E[X^T R - E[X^T R]]^3 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n X_i X_j X_k \sigma_{ijk} = X^T S(X \otimes X) \dots S_3 R_p \dots \otimes$$

$$SK[R_p] = \frac{S_3[R_p]}{\sigma^3_p[R_p]}$$

روش آنتروپی شانون (shanon entropy) یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه است که هدف آن وزن دهی و اولویت بندی معیارها و شاخص‌ها می‌باشد. این روش معمولاً به عنوان یک روش کمکی برای روشهایی چون تاپسیس و یا الکتراه مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش در سال ۱۹۷۴ توسط شانون و ویور ارائه شد که از آن در ماتریس‌های معیار-گزینه برای محاسبه وزن معیارها استفاده می‌شود. این روش همانطور که گفته شد هنگامی استفاده می‌شود که در پژوهشمان علاوه بر معیار، گزینه (آلترناتیو) نیز داشته باشیم آلترناتیو می‌تواند مثلاً چند شرکت باشد که هدف رتبه بندی آن‌ها است و یا تعداد استراتژی باشد که میخواهیم یکی را انتخاب کنیم.

جدول (۲) روش محاسبه آنتروپی شانون

	X1	X2	...	Xn
A1	R11	R12	...	X1n
A2	R21	R22	...	X2n
.	.	.		.
.	.	.		.
.	.	.		.
Am	Rm1	Rm2	...	Xmn

$$p_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^m r_{ij}}$$

آنتروپی  $E_j$  به صورت زیر محاسبه می‌گردد و  $k$  به عنوان مقدار ثابت مقدار  $E_j$  را بین  $0$  و  $1$  نگه می‌دارد:

$$E_j = -K \sum_{i=1}^m p_{ij} \ln(p_{ij}) \quad K = \frac{1}{\ln m}$$

در ادامه مقدار  $d_j$  (درجه انحراف) محاسبه می‌شود که بیان می‌کند شاخص مربوطه ( $d_j$ ) چه میزان اطلاعات مفید برای تصمیم‌گیری در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار می‌دهد. هر چه مقادیر اندازه‌گیری شده شاخصی به هم نزدیک باشند نشان دهنده آنست که گزینه‌های رقیب از نظر آن شاخص تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند. لذا نقش آن شاخص در تصمیم‌گیری باید به همان اندازه کاهش یابد.

$$d_j = 1 - E_j$$

سپس مقدار وزن  $W_j$  محاسبه می‌گردد که در آن بهترین وزن انتخاب می‌شود

اگر تصمیم‌گیرنده از قبل وزن خاصی ( $\lambda_j$ ) را برای شاخص در نظر گرفته باشد وزن جدید  $W_j^0$  به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$W_j^0 = \frac{\lambda_j W_j}{\sum_{j=1}^n \lambda_j W_j} \quad W_j = \frac{d_j}{\sum_{i=1}^n d_j}$$

پرتفوی ما مطمئناً شامل تعدادی از سهام است و همواره وزن این سهام در پرتفوی با هم برابر نیست در چنین مواقعی بایستی به هر یک از سهام یک وزن اختصاص دهیم چرا که براساس معیارهای مدنظر، میتواند بازدهی و سایر معیارهای ما را تحت تاثیر قرار دهد. به طور کلی وزن‌ها کمک بزرگی در جهت رسیدن به اهداف خواهند کرد. در این تحقیق نیز ما به صورت خلاصه از آنتروپی بدین شکل استفاده می‌کنیم:

$$H(x) = -\sum_{i=1}^n X_i \ln X_i = -X^T (\ln x)$$

که  $\ln x$  به این صورت است:

$$\ln X = (\ln X_1, \ln X_2, \dots, \ln X_n)$$

$H(x)$ ، به عنوان آنتروپی شانون شناخته شده است. که تابع مقعر  $X_1, \dots, X_n$  برای اوزان پرتفوی است. بیشترین مقدار  $\ln X$  زمانی است که  $X_i = 1/n$  برای  $i=1, 2, \dots, n$  باشد.  $H(X)$  زمانی کمترین مقدار خود یعنی  $0$  را دارد که  $X_i=1$  و  $X_j=0$  برای  $i \neq j, j=1, \dots, n$  می‌باشد. بنابراین خواص مقیاس آنتروپی،  $H(X)$  معیار خوبی برای توزیع احتمال پرتفوی متنوعی را فراهم می‌آورد، که می‌تواند به عنوان معیار برای اندازه‌گیری تنوع پرتفوی قرار گیرد.

## مدل‌های انتخاب پرتفوی

### مدل اوزان مساوی (EWM)

در مدل EWM چیزی که اهمیت دارد این است که اوزان پرتفوی برابر باشد،  $X_i=1/n$  برای  $i=1,2,\dots,n$  و شامل بهینه‌سازی و تخمین زدن نیست. EWM میانگین و واریانس بازده به طور کامل نادیده می‌گیرد. این مدل ساده برای اختصاص دارایی‌ها توسط بعضی از سرمایه‌گذاران مورد استفاده قرار می‌گیرد و بعضی از مدل‌های پیچیده از این مدل به دست آمده‌اند.

الف) مدل حداقل واریانس (MinVM)

در مدل MinVM، اوزان دارایی‌ها از حداقل کردن واریانس-کواریانس ماتریس بازده پرتفوی به دست می‌آید. MinVM می‌تواند به این صورت باشد:

$$\begin{aligned} & \text{Min } X^T V X \\ & \text{Subject to } X^T \mathbf{1} = 1 \\ & \text{for } i=1,2,\dots,n \quad X_i \geq 0 \end{aligned}$$

در پیشینه MinVM، تحقیقات تجربی وجود دارند که نشان می‌دهند عملکرد MinVM بهتر از مدل MVM است. حتی وقتی نسبت شارپ و دیگر معیارهای اندازه‌گیری به کار ببریم می‌بینیم که عملکرد MinVM بهتر از مدل MVM است (برای زمانی که میانگین و واریانس را حساب می‌کنیم).

ب) مدل میانگین واریانس

مدل MVM مارکوویتز بر این اساس است که بازده مورد انتظار بیشتر با قبول ریسک بیشتر امکان‌پذیر است. MVM را می‌توان به این صورت نوشت:

$$\begin{aligned} & \text{Min } X^T V X \\ & \text{Subject to } X^T M = \mu, X^T \mathbf{1} = 1 \\ & X_i \geq 0 \text{ for } i=1,2,\dots,n \end{aligned}$$

که  $\mu$  بازده مورد انتظار از پیش تعیین شده برای پرتفوی است. که بازده مورد انتظار حداقل برابر شاخص کل است. مدل MVM مارکوویتز به صورت گسترده‌ای برای انتخاب پرتفوی به کار می‌رود، هر چند هنوز بعضی اشکالات در MVM وجود دارد. برای مثال، MVM منجر به عملکرد ضعیف پرتفوی می‌شود.

ج) مدل میانگین واریانس چولگی (MVSM)

در چارچوب MVSM، نشان داده شده که ترجیحات سرمایه‌گذاران برای چولگی مثبت در توزیع بازده با مفهوم کاهش ریسک‌گریزی مطلق سازگار است. همچنین، گرایش بیشتر برای چولگی مثبت بر انگیزه احتیاطی تاکید دارد. MVSM به این صورت است:

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } X^T V X \\ & \text{Maximize } X^T S (X \otimes X) \\ & \text{Subject to } X^T M = \mu, X^T \mathbf{1} = 1 \\ & \text{for } i=1,2,\dots,n \quad X_i \geq 0 \end{aligned}$$

همان طور که در تحقیقات قبلی در مورد عملکرد MVSM نشان داده شده که مشارکت دادن چولگی در MVM می‌تواند منجر به پرتفوی‌های خیلی بهتر برای توزیع‌های بازده غیرنرمال شود.

### انتخاب پرتفوی چند هدفه بر اساس میانگین-واریانس-چولگی-آنتروپی

اولین تلاش‌ها برای استفاده از آنتروپی در تابع هدف برای تحلیل پرتفوی را برا و پارک، سامانتا و روی دیده می‌شوند. در میان این تحقیقات، جانا و روی تابع آنتروپی را به MVSM برای توزیع بهتر پرتفوی اضافه کرد و آن را مدل میانگین-واریانس-چولگی-آنتروپی نامید. آنها از انحراف به جای واریانس در شرایط نرمال استفاده کردند و از قسمتی از چولگی استفاده کردند که خطی بود. همچنین از تکنیک برنامه‌ریزی فازی برای حل مدل چند هدفه که شامل آنتروپی بود استفاده کردند ولی ارزیابی‌های تجربی مدل یا مقایسه مدل با مدل پرتفوی معروف را نادیده گرفتند.

در تحقیق حاضر، ما MVSEM را معرفی می‌کنیم و همچنین عملکرد واقعی آن را در مقایسه با مدل‌های انتخاب پرتفوی مشهور و مقایسه‌های مختلف واقعی عملکرد مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. مدل گشتاور مراتب بالا بر اساس میانگین، واریانس، چولگی و آنتروپی به این صورت می‌شود:

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \mathbf{x}^T \mathbf{v} \mathbf{x} \\ & \text{Maximize } \mathbf{x}^T \mathbf{s} (\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}) \\ & \text{Maximize } -\mathbf{x}^T \mathbf{In}(\mathbf{x}) \\ & \text{Subject to } \mathbf{x}^T \mathbf{M} = \mu, \mathbf{x}^T \mathbf{1} = 1 \\ & x_i \geq 0 \text{ for } i=1,2,\dots,n \end{aligned}$$

برای به دست آوردن اوزان پرتفوی از MVSEM مشکل بهینه‌سازی چند هدفه وجود دارد. برای حل این مشکل، از روش جمع شده اوزان استفاده می‌کنیم. اگر روش جمع شده اوزان برای بهینه‌سازی چند هدفه که در معادله‌های بالا آمده‌اند به کار رود، بهینه‌سازی به این صورت به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } X^T V X - X^T S (X \otimes X) + X^T \text{In}(X) \\ & \text{Subject to } X^T M = \mu, X^T \mathbf{1} = 1 \\ & X_i \geq 0 \text{ for } i=1,2,\dots,n \end{aligned}$$

پس با حل رابطه فوق می‌توان اوزان بهینه را برای پرتفوی به دست آورد.

حال اگر ما ریسک گریزی یا ترجیحات ریسک سرمایه‌گذاران برای واریانس، چولگی پرتفوی و آنتروپی را در نظر بگیریم هر کدام از جملات معادله فوق می‌توانند وزنی داشته باشند و این بستگی به ترجیحات سرمایه‌گذاران دارد.

پس می‌توان معادله فوق را به این صورت نوشت:

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \lambda_1 X^T V X - \lambda_2 X^T S (X \otimes X) + \lambda_3 X^T \text{In}(X) \\ & \text{Subject to } X^T M = \mu, X^T \mathbf{1} = 1 \\ & \text{for } i=1,2,\dots,n X_i \geq 0 \end{aligned}$$

که  $X_i \geq 0$  و  $i=1,2,3$  است. برای محاسبه نقطه بهینه، اوزان ما باید به این صورت باشد:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$$

بنابراین، ترکیب مختلف مقادیر  $\lambda_1$  ترکیب اجزاء پرتفوی را نشان می‌دهد. برای مثال، MVSEM زمانی که  $\lambda_1 = 1$  و  $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$  باشد همان MVM است.

### ارزیابی عملکرد پرتفوی

در این بخش، معیارهای مختلف عملکرد پرتفوی برای ارزیابی عملکرد MVSEM در مقایسه با EWM, Min VM و MVM و MVSM مورد ارزیابی قرار می‌دهیم.

### ارزیابی عملکرد پرتفوی

برای ارزیابی مدل‌های عملکرد پرتفوی، برخی از راهکارهای اندازه‌گیری عملکرد در پیشینه تحقیق آورده شده‌اند. در این تحقیق، ما به برخی از راه‌های اندازه‌گیری عملکرد توجه می‌کنیم. که یکی از این مدل‌ها نسبت شارپ است. فرمول نسبت شارپ در زیر آورده شده است:

$$SR = \frac{E[R_p]}{\sqrt{\sigma^2[R_p]}}$$

که  $R_p$  بازده پرتفوی است.

نسبت شارپ (Sharp ratio) بر اساس تئوری میانگین-واریانس به وجود آمد و فقط زمانی معتبر است که توزیع بازده، نرمال باشد. وقتی که توزیع بازده دارای چولگی است نسبت شارپ جواب گمراه کننده‌ای به ما می‌دهد. چندین راه کار برای انتخاب پرتفوی بهینه برای نسبت شارپ وجود دارد. نسبت شارپ چولگی تعدیل شده (Adjusted for Skewness Sharpe Ratio)، که برای چولگی پرتفوی به کار برده می‌شود به صورت زیر است:

$$ASR = SR \sqrt{1 + \frac{SK(R_p)}{3}}$$

راه کار دیگر، نسبت انحراف مطلق میانگین (Mean Absolute Deviation Ratio) است، که به ریسک به عنوان میانگین انحراف مطلق توجه دارد به صورت زیر است:

$$MADR = \frac{E[R_p]}{E([R_p - E[R_p]])}$$

نسبت سورینتو-ساتچل (Sortino-Satchell Ratio) معیار اندازه‌گیری عملکرد بر اساس گشتاور جزئی است و فرمول آن در زیر آماده است:

$$SSR = \frac{E[R_p]}{\sqrt{E[\max(-R_p, 0)^2]}}$$

نسبت امگا توسط کیتینگ و شادویک در سال ۲۰۰۲ جهت ارزیابی عملکرد پرتفوی مورد استفاده قرار گرفت. این معیار به همه عناصر توزیع بازده توجه دارد و بازده‌های بالای نرخ بازده هدف را به بازده‌های پایین‌تر از نرخ بازده هدف تقسیم می‌کند. از آنجا که نسبت امگا همه گشتاورهای توزیع را ترکیب می‌کند و به ترجیحات سرمایه‌گذار برای سود و زیان توجه می‌کند، می‌توان آن را از طریق منطقه سود سرمایه‌گذاری به منطقه زیان وی محاسبه کرد. فرمول زیر بیان‌کننده شیوه محاسبه آن می‌باشد:

$$\Omega(r) = \frac{\int_r^b [1 - F(x)] dx}{\int_a^r F(x) dx}$$

که  $r$  نرخ بازده هدف،  $F(x)$  تابع توزیع تجمعی بازده‌ها را نشان می‌دهد و  $[a, b]$  فاصله بازده‌هاست.

نسبت جنسن تعدیل شده توسط مموقلی و دابوسی با جایگزینی بتا استرادا با بتای سنتی در شاخص جنسن مطرح گردید و آن را تحت عنوان آلفای مموقلی و دابوسی مطرح کردند:

$$\alpha_P^{MD} = R_P - [R_F + \beta_P^D (E(R_M) - R_F)]$$

$\alpha_P^{MD}$  آلفا مموقلی و دابوسی،  $R_P$ : بازده پرتفوی،  $R_F$ : بازده بدون ریسک،  $\beta_P^D$ : بتا نامطلوب استرادا.

$$\beta_P^D = \frac{E\{\text{Min}[(R_P - \mu_P), 0] \cdot \text{Min}[(R_M - \mu_M), 0]\}}{E\{\text{Min}[(R_M - \mu_M), 0]^2\}}$$

نسبت ترینر تعدیل شده مموقلی و دابوسی نیز بر مبنای بتای نامطلوب ایجاد شده و به صورت زیر حاسبه شده است.

$$MDP = \frac{R_P - MAR}{\beta_P^D}$$

معیارهای که در بالا ذکر گردید جز چندین معیار ارزیابی عملکرد بودند که به دلیل مرتبط بودن انتخاب شدند. همچنین برای اینکه نشان دهیم توزیع داده‌ها نرمال و متقارن نیست از آزمون جاک برا استفاده خواهیم کرد. آماره این آزمون بر اساس رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$JB = \frac{n}{6} \left( s^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right)$$

در این رابطه  $n$  تعداد نمونه،  $s$  چولگی و  $k$  کشیدگی داده‌ها را نشان می‌دهد. توجه داشته باشید که این آماره از توزیع مربع کای با دو درجه آزادی پیروی می‌کند. آزمون جاک برا نشان داد که در کلیه صندوق‌ها توزیع غیرنرمال داریم.

### یافته‌های تحقیق

با استفاده از اطلاعات موجود صندوق مد نظر در سال‌های ۱۳۹۷ تا ۱۳۹۹ مواردی همچون میانگین، واریانس، چولگی و... را محاسبه کردیم. اطلاعات با استفاده از زبان پایتون و کتابخانه‌های math و numpy موجود در این زبان تجزیه و تحلیل شدند. حال که اوزان هر صندوق ETF در پرتفوی برای دوره‌های 5 روزه به دست آمد، بایستی این اطلاعات را با شاخص‌های ارزیابی پرتفوی مقایسه و بررسی کنیم که کدام یک، مدل مناسب‌تری برای انتخاب پرتفوی است. در زیر متوسط مقدار به دست آمده برای هر یک از شاخص‌های ارزیابی آورده شده است.

جدول شاخص‌های عملکرد برای مدل‌های مختلف

models	SR	ASR	MADR	SSR	OMEGA	$\alpha_p^{MD}$	$MD_p$
EWM	۰.۰۱۲۸	۰.۰۱۱۱	0.0073	۱۲۷۴.۷۶۵	.4۲35	0.5۴4	-0.249
MinVM	۰.۰۱۹۶	۰.۰۱۴۴	۰.۰۰۷۵	۱۲۳۴.۹۹۴	.۲۴91	-0.04۲3	-0.540
MVM	۰.۰۱۸۱	۰.۰۱۵۰	۰.۰۰۷۹	۱۲۳۴.۴۳۳	.۳۳28	0.8۶4	۰.۷۶۷
MVSEM(0.5,0,0.5)	۰.۰۱۴۷	۰.۰۱۴۴	۰.۰۱۵۴	۱۲۴۳.۵۵۱	.4۶35	1.0۶4	۰.۴۸۶
MVSEM(۰.۰.۵.۰.۵)	۰.۰۱۵۲	۰.۰۱۶۵	۰.۰۱۵۸	۱۲۸۰.۹۵۱	.4۴98	0.89۲	2.۴۴۳
MVSEM(۱/۳ و ۱/۳ و ۱/۳)	۰.۰۱۳۲	۰.۰۱۳۷	۰.۰۱۳۸	۱۳۶۲.۱۱۹	.4۶11	0.9۴4	1.873

ما از شاخص‌های SR، ASR، MADR، SSR، OMEGA، نسبت جنسن تعدیل شده و نسبت ترینر تعدیل شده استفاده کردیم که در زیر به بررسی نتایج هر یک از آنها خواهیم پرداخت.

λها را به صورت دلخواه اختصاص دادیم. برای مثال در

MVSEM(0.5,0,.05)

به جمله اول از مدل MVSEM که همان λ<sub>1</sub> است 5/ و به جمله دوم که λ<sub>2</sub> است صفر و به جمله سوم یا همان λ<sub>3</sub> است 5/ اختصاص داده‌ایم.

باید دقت داشت که در مدل

MVSEM(0.5 ,0 ,0.5)

بیشتر جمله‌های اول و سوم برای ما حائز اهمیت هستند یعنی جمله‌ای که شامل واریانس و آنتروپی است.

در مدل

MVSEM(0 , 0.5, 0.5)

جمله شامل چولگی و آنتروپی اهمیت دارد و جمله شامل واریانس حائز اهمیت نیست.

و در مدل

MVSEM(1/3 ,1/3 ,1/3)

تمام جملات به یک اندازه برای ما اهمیت دارند.

**ارزیابی نتایج SR**

همان طور که در جدول نتایج مشاهده می‌کنیم مقدار شاخص شارپ برای مدل MinVM از بقیه مدل‌ها بیشتر است و نشان می‌دهد که انتخاب پرتفوی بدون در نظر گرفتن معیارهای چون چولگی و آنتروپی می‌تواند در شاخص شارپ عملکرد بهتری را برای پرتفوی ما به ارمغان آورد. کمترین مقدار هم مربوط به مدل‌های MVSM است.

**ارزیابی نتایج ASR**

مقدار شاخص ASR برای مدل  $MVSEM(0.0/5,0/5)$  از بقیه مدل‌ها بیشتر است و نشان می‌دهد که استفاده از مدل  $MVSEM$  که چولگی و آنتروپی را در نظر می‌گیرد می‌تواند عملکرد بهتری را داشته باشد و کمترین مقدار مربوط به EWM است که ضعیف‌ترین عملکرد را در نسبت ASR به دست آورده است.

**ارزیابی نتایج MADR**

مقدار شاخص MADR برای مدل  $MVSEM(0.0/5,0/5)$  از بقیه مدل‌ها بیشتر است و کمترین مقدار مربوط به EWM است

**ارزیابی نتایج SSR**

مقدار شاخص SSR برای مدل  $MVSEM(1/3,1/3,1/3)$  از بقیه مدل‌ها بیشتر است و نشان می‌دهد در شاخص SSR، مدل  $MVSEM(1/3,1/3,1/3)$  عملکرد بهتری خواهد داشت. ضعیف‌ترین عملکرد هم مربوط به مدل MinVM است.

**ارزیابی نتایج OMEGA**

مقدار شاخص OMEGA برای مدل  $MVSEM(0/5.0,0/5)$  از بقیه مدل‌ها بیشتر است و کمترین مقدار مربوط به MinVM است.

**ارزیابی نتایج نسبت جنسن تعدیل شده**

مقدار نسبت جنسن تعدیل شده در مدل  $MVSEM(0.5,0,.05)$  عملکرد بهتری را نشان می‌دهد و کمترین مقدار مربوط به MinVM است.

**ارزیابی نتایج نسبت ترینر تعدیل شده**

مقدار شاخص نسبت ترینر تعدیل شده برای مدل  $MVSEM(0, 0.5, 0.5)$  از بقیه مدل‌ها بیشتر است و کمترین مقدار مربوط به MinVM است.

**نتیجه تحقیق**

متنوع‌سازی یکی از ابعاد مهم در بهینه‌سازی پرتفوی می‌باشد. واریانس پرتفوی از گذشته به عنوان یکی از شاخص‌های اندازه‌گیری ریسک مورد توجه بوده که نواقص قابل توجهی دارد. آنتروپی یکی از معیارهای متنوع‌سازی به شمار می‌رود. در این تحقیق به ارزیابی عملکرد پرتفوی حاصل از گشتاور مراتب بالاتر با در نظر گرفتن آنتروپی پرداختیم و روش کار به این شکل بود که براساس گشتاورهای مراتب بالاتر از جمله چولگی و همچنین آنتروپی

به وزن‌دهی پرتفوی در دوره‌های ۵ روزه برای سال‌های ۱۳۹۷ تا ۱۳۹۹ اقدام کردیم و با استفاده از معیارهای مختلف ارزیابی پرتفوی به بررسی وضعیت پرتفوی پرداختیم و نتایج حاصله نشان داد که استفاده از گشتاور مراتب بالاتر می‌تواند عملکرد بهتری برای سرمایه‌گذاران فراهم آورد. همان‌طور که مشاهده شد استفاده همزمان از مدل میانگین-واریانس-چولگی-آنتروپی با توجه به معیارهای ارزیابی عملکرد ASR، MADR، SSR، OMEGA و جنسن و ترینر تعدیل شده از بقیه مدل‌ها عملکرد بهتری را نشان می‌دهد و تنها در مدل ارزیابی SR که تا حدودی مدل سنتی است، از بقیه مدل‌ها عملکرد ضعیفتری را نشان داده است. پس می‌توان فرضیه استفاده از آنتروپی به عنوان معیار در جهت بهبود عملکرد پرتفوی را می‌توان تایید کرد. پس می‌توان استفاده از واریانس، چولگی و آنتروپی را در انتخاب پرتفوی در صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله به شرکت‌های سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاران و افرادی که به نحوی با بازار سرمایه ارتباط سروکار دارند پیشنهاد کرد. در مطالعات آتی توصیه می‌شود از معیارهای تنوع‌سازی دیگر نیز استفاده شود و هم‌چنین این مدل براساس منطق فازی مورد بررسی قرار گیرد.

#### فهرست منابع

- \* Markowitz, H., (1952), "Portfolio Selection", Journal of Finance, 15, 77- 91
- \* Bekaert, G., Erb, C., Harvey, C.R., and Viskanta, T., (1998), "Distributional Characteristics of Emerging Market Returns & Asset Allocation", Journal of Portfolio Management, Vol. 24, No. 2, pp.102-116
- \* Sortino, F., Price L.N., (1994), "Performance in a Downside Risk Framework", Journal of Investing, 3, 59-64
- \* Wen-Shiung Lee, Combined MCDM techniques for exploring stock selection based on Gordon model, Expert Systems with Applications, 2008
- \* Chunhachinda, P.; Dandapani, K.; Hamid, S.; Prakash, A.J. Portfolio selection and skewness: Evidence from international stock markets. J. Bank. Finance 1997, 21, 143-167
- \* Arditti, F.D.; Levy, H. Portfolio efficiency analysis in three moments: The multiperiod case. J. Finance 1975, 30, 797-809
- \* Kraus, A., Litzenberger, R. Skewness preference and the valuation of risky assets, Journal of Finance, 21, 1976
- \* Harvey, C. R & A. Siddique. (1999). Autoregressive Conditional Skewness. Journal of Finance and Quantitative Analysis, 34(4): 465- 487
- \* Konno, H., Shirakawa, H., Yamazaki, H. A mean-absolute deviation-skewness portfolio optimization model, Annals of Operations Research, 45, 1993
- \* Price, K., Price, B., Nantell, T.J. (1982), "Variance and lower partial moment measures of systematic risk: some analytical and empirical results", J. finance 37, P. 843-85
- \* Hutson, E., Kearney, C., Lynch, M., (2008). "Volume and Skewness in International Equity Markets". J. Bank. Finance 32, 1255-1268
- \* Prakash, A.J.; Chang, C.H.; Pactwa, T.E. Selecting a portfolio with skewness: Recent evidence from US, European and Latin American equity markets. J. Bank. Finance 2003, 27, 1375-1390
- \* Harvey, C. R.; Liechty, J.; Liechty, M.W.; Mueller, P. Portfolio selection with higher moments; In Social Science Research Network Working Paper Series 13; Available online: [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=634141](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=634141) (accessed on 13 December 2004
- \* Ibbotson, R.G. Price performance of common stock new issues. J. Finan. Econ. 1975, 2, 235-272

- \* Christi-David, R. & M. Chaudhry. (2001). Coskwness and Cokurtosis in futures markets. *Journal of Epirical Finance*, 8: 55-81
- \* Li.X, Qin.Z, Kar.S. Mean-variance-skewness model for portfolio selection with fuzzy parameter, *European Journal of Operational Research*, 2009
- \* Chiao, C., Hung, K., Srirastava, S., (2003). Taiwan stock market and four-moment asset pricing model. *Journal of international Financial markets, institutions & money* 3,355-381
- \* Chen, J., Hong, H., Stein, J.C., (2001). "Forecasting Crashes: Trading Volume, Past Returns, and Conditional Skewness in Stock Prices". *J. Financ. Econ.* 61 (3), 345–381
- \* Bera, A.K.; Park, S.Y. Optimal portfolio diversification using the maximum entropy principle, *Economet. Rev.* 2008, 27, 484–512
- \* Ilhan Usta, Yeliz Mert Kantar ,(2010),Mean-Variance-Skewness-Entropy Measures: A Multi-Objective Approach for Portfolio Selection. *Journal of Entropy* Vol. 13 No. 1 Pg. 117-133
- \* Gilmore, C.G.; McManus, G.M.; Tezel, A. Portfolio allocations and the emerging equity markets of Central Europe. *J. Multinat. Finan. Manage.* 2005, 15, 287–300
- \* Sears, R.S.; Trennepohl, G.L. Skewness, sampling risk, and the importance of diversification. *J. Econ. Bus.* 1986, 38, 77–91
- \* Zhao, N.; Lin, W.T. A copula entropy approach to correlation measurement at the country level. *Appl. Math. Comput.* 2011, 218, 628–642.
- \* Liu, A.; Chen, J.; Yang, S.Y.; Hawkes, A.G. The flow of information in trading: An entropy approach to market regimes. *Entropy* 2020, 22, 1064.
- \* Lu, S.; Zhao, J.; Wang, H. Trading imbalance in Chinese stock market—A high-frequency view. *Entropy* 2020, 22, 897.
- \* Simkowitz, M.A.; Beedles W.L. Diversification in a three-moment world. *J. Financ. Quant. Anal.* 1978, 13, 927–941
- \* Hueng, C.J.; Yau, R. Investor preferences and portfolio selection: Is diversification an appropriate strategy? *Quant. Finance* 2006, 6, 255–271
- \* Nabizadeh Ahmad, Behzadi Adel\*. *Journal: FINANCIAL RESEARCH*. Number: summer 2018 , Volume 20 , Number 2 #f00545 ; Page(s) 193 To 210.
- \* Canela, M. A., & Collazo, E. P. (2007). Portfolio selection with skewness in emerging market industries. *Emerging Markets Review*, 8 (3), 230-250.
- \* Davies, R. J., Kat, H. M., and Lu, S. (2009). Fund of hedge funds portfolio selection: A multiple-objective approach. *Journal of Derivatives & Hedge Funds*, 15 (2), 91-115.
- \* MHIRI, M., & PRIGENT, J. L. (2010). International portfolio optimization with higher moments. *International Journal of Economics and Finance*, 2 (5), 157
- \* Škrinjarić, T. (2013). Portfolio Selection with Higher Moments and Application on Zagreb Stock Exchange. *Zagreb International Review of Economics & Business*, 16 (1), 65-78.
- \* Proelss, J., and Schweizer, D. (2014). Polynomial goal programming and the implicit higher moment preferences of US institutional investors in hedge funds. *Financial Markets and Portfolio Management*, 28 (1), 1-28.

## **Evaluate Higher Moments Portfolio Performance with Respect to Entropy and Rolling Window in Exchange Traded Funds (ETFs)**

**Arash Amini**

Ph.D. Candadate, Department of Financial Management, Science and Research branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

[arash\\_amin44@yahoo.com](mailto:arash_amin44@yahoo.com)

**Maryam Khalili Araghi**

\*Corresponding author, Assistant Prof., Department of Business Management, Science and Research branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

(Corresponding author)

[m.khaliliaraghi@gmail.com](mailto:m.khaliliaraghi@gmail.com)

**Hashem Nikoomaram**

Prof., Department of Accounting, Science and Research branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.  
[nikoomaram@srbiau.ac.ir](mailto:nikoomaram@srbiau.ac.ir)

### **Abstract**

Portfolio arrangement and performance are the main concerns for all investment actors. Investment companies and private investors are more concerned about the risk of choosing a portfolio and its return. The modern portfolio theory proposes the use of diversification to cover the risk. This theory is based on the normality of the return on assets return. Experimental findings indicate that the return on assets is non-normal. In recent years, higher moments have been used to upgrade traditional models with the main premise of normal distribution. This paper uses higher moments and entropy for diversification to select an assumed non-normality portfolio. The main point is to use up-to-date information to increase the model efficiency, and accordingly, we used the rolling window to use the new price information. The method of using financial information is that by using the total return index in the last five working days, we will weigh the portfolio traded funds on the next working day, and we evaluate this for two-year. We use Python programming language, math and numpy libraries to analyze the data. Generally, the results show that applying the higher moments model may provide us with better results in portfolio selection.

**Keywords:** Performance Evaluation, Higher Moments, Portfolio, Entropy, Rolling Window

