فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری
دوره ۱۴ / شماره ۳ (پیاپی ۵۵) / پائیز ۱۴۰۴
صفحه ۱۸۹ تا ۲۰۸

بهینه سازی پرتفوی با در نظر گرفتن محدودیت‌های کاردینالیته و مبتنی بر شاخص‌های ریسک نامطلوب با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی

بهناز قدیمی
دانشجوی دکتری مهندسی مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
b.ghadimi2013@gmail.com

مهرزاد مینویی
استادیار گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران(نویسنده مسئول)
mminoei2@gmail.com

غلامرضا زمردیان
استادیار گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
gh.zomorodian@gmail.com

میرفیض فلاح شمس
دانشیار گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
fallahshams@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۴/۲۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۶/۱۳

چکیده

بهینه‌سازی پورتفولیو با محدودیت‌های کاردینالیته یک مسئله برنامه‌نویسی درجه دوم عدد صحیح مختلط است به گونه ای که ثابت شده مسئله بهینه سازی با اضافه شدن این محدودیت‌ها به NP-hard تبدیل می‌شود که اغلب به دلیل زمان‌های محاسباتی طولانی کارایی روش‌های حل دقیق را محدود می‌کند. بنابراین، توجه ویژه‌ای به رویکردهای تقریبی فرا ابتکاری شده است علاوه بر این، بهبود مدل، بر اساس سنجه‌های ریسک نامطلوب وجود دارد. در این مقاله، به منظور حل مساله بهینه‌سازی پرتفوی با در نظر گرفتن محدودیت‌های کاردینالیته، از الگوریتم تکامل تفاضلی و به منظور اصلاح جواب‌های تولید شده در فرآیند بهینه‌سازی الگوریتم تکامل تفاضلی، یک رویکرد ابتکاری ارائه شده است. همچنین سنجه‌های ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی بعنوان سنجه‌های ریسک در مدل، مورد ارزیابی قرار گرفته است. مدل‌های کاندید، برای ۵۰ سهم برتر معرفی‌شده توسط بورس اوراق بهادار تهران و با در نظر گرفتن محدودیت کاردینالیته‌ی حداکثر ۵ سهم در سبد و برای ۲۴ دوره‌ی معاملاتی ۲۵ روزه حل شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که دو مدل میانگین- ارزش در معرض ریسک و خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی، عملکرد بهتری دارند.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی پرتفوی ، محدودیت کاردینالیته، الگوریتم تکامل تفاضلی، ارزش در معرض ریسک، ارزش در معرض ریسک شرطی.

۱- مقدمه

داشتن یک استراتژی سرمایه‌گذاری خوب برای سرمایه‌گذاران و مدیران مالی در بازارهای رقابتی، امروزه امری حیاتی است. یک استراتژی مرسوم توزیع سرمایه بین اوراق بهادار به جای سرمایه‌گذاری در یک اوراق بهادار است که ریسک سرمایه‌گذاری را کاهش دهد. با این‌حال، انتخاب ترکیبی مطلوب از دارایی‌ها با نسبت های صحیح برای نگهداری در یک سبد برای پس انداز و سود بسیار مهم است. در سال ۱۹۵۲، هری مارکویتز یک رویکرد انقلابی برای مسئله انتخاب پرتفوی با مدل میانگین - واریانس بر اساس دو فرض پیشنهاد کرد: قیمت‌های تاریخی منعکس کننده قیمت‌های آتی هستند و بین اوراق بهادار همبستگی وجود دارد. بنابراین، ریسک را می توان به صورت کمی با استفاده از رابطه بین اوراق بهادار بیان کرد (کالایسی[1] و همکاران، ۲۰۲۰). علیرغم پیشرفت مدل اصلی میانگین-واریانس، این مدل فاقد برخی از محدودیت‌های مفیدی است که دنیای واقعی با آن مواجه است، مانند محدودیت‌های مرزی[2]، محدودیت های کاردینالیتی[3] ، افزایش تعداد متغیرها[4] و تنوع تعداد سنجه های ریسک[5]. در حالی که بهینه‌سازی پرتفوی بدون محدودیت[6]، یک مسئله برنامه نویسی درجه دوم محدب معمولی است که با رویکردهای دقیقی مانند برنامه نویسی خطی و درجه دوم به طور موثر حل می شود، با اضافه شدن محدودیت کاردینالیته به مسئله برنامه نویسی درجه دوم اعداد صحیح مختلط، مسئله فوق به ان – پی سخت تبدیل شده و همین امر کارآیی محاسباتی رویکردهای حل دقیق را محدود می‌کند. بنابراین، در ادبیات، توجه ویژه‌ای به طراحی و اتخاذ الگوریتم‌های تقریبی مانند الگوریتم‌های فراابتکاری که جواب‌های بهینه را تضمین نمی‌کنند، اما ممکن است به سرعت راه‌حل‌های تقریباً بهینه ارائه کنند، معطوف شده است. در مقاله‌ی پیش‌رو بر استفاده از رویکرد فرا ابتکاری تکامل تفاضلی برای حل نسخه واقع گرایانه مسئله بهینه سازی سبد دارایی تمرکز دارد تا مجموعه ای از سهام فعال عرضه شده در بورس اوراق بهادار تهران را مورد بررسی قرارداده و به این سوال پاسخ دهد که آیا با حل مدل های بهینه سازی و با در نظر گرفتن محدودیت تعداد دارایی‌های درون سبد، تعداد دارایی مطلوب برای نگهداری در سبد و محدودیت سقف و کف برای هر دارایی، با استفاده از اطلاعات پیش بینی شده توسط الگوریتم های متاهیوریستیک می‌توان به سبد سهام بهینه دست یافت؟ علاوه بر این، سنجه‌های ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی، بعنوان فاکتورهای ریسک مدل بهینه‌سازی سبد دارایی مورد ارزیابی قرار گرفته است. ادامه‌ی مقاله بدین صورت سازماندهی شده است: در بخش دوم، پیشینه‌ی تحقیقاتی مساله بهینه‌سازی سبد دارایی بر اساس سنجه‌های ریسک و معرفی سنجه های ریسک نامطلوب و رویکردهای حل مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش سوم، فرمول‌بندی مدل تحقیق و رویکرد حل، تشریح شده است. در بخش چهارم روش تحقیق شامل داده‌ها و فرآیند تحلیل آنها ارائه شده است. در بخش پنجم نتایج اجرای مدل‌ها و تجزیه و تحلیل این نتایج آمده است و در نهایت در بخش ششم، نتیجه گیری مقاله ارائه شده است.

[1] Kalayci
[2] boundary
[3] cardinality constraints
[4] Increasing the number of variables
[5] Variation in the number of risk metrics
[6] unconstrained portfolio optimization

۲-پیشینه تحقیق

۲-۱ سنجه‌ی ریسک در مدل بهینه‌سازی سبد سهام

هدف از حل یک مسئله بهینه‌سازی سبد دارایی، تعیین اوزان مجموعه‌ای از دارایی‌های در دسترس درون سبد می‌باشد که افزون بر کمینه سازی ریسک سبد، سطح مشخصی از بازده را نیز برای سرمایه‌گذار برآورده کند. در مدل میانگین- واریانس مارکوویتز، ریسک سبد با استفاده از واریانس قیمت سهام اندازه‌گیری می‌شود. با وجود کاربرد بسیار، رویکرد میانگین- واریانس ممکن است منجر به پیش بینی ناکافی سبد با توجه به توزیع بازده نامتقارن شود زیرا این مدل فرض می‌کند که بازده مورد انتظار دارای توزیع نرمال چند متغیره متقارن است. از این رو، مارکویتز مدلی را بر اساس نیمه واریانس[1] پیشنهاد کرد که برای بازده سهام با توزیع نامتقارن مناسب بود. محققان برای اینکه بتوانند ویژگی‌های توزیع بازده را با موفقیت توصیف نمایند، رویکرد دیگری با در نظر گرفتن چولگی در مدل میانگین- واریانس را پیشنهاد دادند. چولگی مثبت در بازده سبد منجر به کاهش جنبه های منفی ریسک می‌شود که برای سرمایه گذاران مطلوب است. مدل میانگین- واریانس شامل یک تابع هدف درجه دوم با محدودیت‌های خطی است. به منظور غلبه بر مشکلات محاسباتی ناشی از ساختار درجه دوم مدل میانگین- واریانس، کونو و یامازاکی میانگین انحراف مطلق بازده سبد سهام در همه دوره‌ها را به عنوان یک معیار اندازه گیری ریسک جایگزین پیشنهاد کردند. محاسبه ماتریس کوواریانس در این مدل دارای هزینه محاسباتی پایین و به روزرسانی مدل با افزودن داده های جدید بسیار آسان است. همچنین مدلسازی ریسک بر اساس انحراف مطلق، این امکان را فراهم می‌سازد که مدل به برنامه‌ریزی خطی پارامتری تبدیل شود و اجرای بهینه سازی سبد سهام ساده‌تر شود. با این حال بر اساس تحلیل(سیمان[2] ،۱۹۹۷)، اگرچه خطای برآورد در نمونه های کوچک و برای سرمایه‌گذاران با تحمل ریسک بالا در هر دو مدل میانگین- واریانس و میانگین- انحراف مطلق شدید است، اما مدل میانگین- واریانس خطای برآورد کمتری را در نمونه های کوچک و برای سرمایه‌گذاران با تحمل ریسک پایین ارائه می‌دهد. ارزش در معرض ریسک که نخستین بار توسط یوریون[3](۱۹۹۷) معرفی گردید، سنجه‌ی ریسکی است که بیشترین ضرر (کمترین بازده) یک سبد سهام را به طور بالقوه بر اساس توزیع سود و زیان در یک افق هدف توصیف می‌نماید(کالایسی و همکاران،۲۰۲۰). علیرغم ویژگی‌های مثبت نظیر در نظر گرفتن توزیع بازده، این سنجه دارای ویژگی های ریاضی نامطلوبی مانند عدم جمع پذیری و تحدب است. به منظور مواجهه با این نقائص، راکوفلر و اریاسف[4] (۲۰۰۰) ارزش در معرض ریسک شرطی را با هدف کاهش ریسک زیان‌های شدید براساس ارزش در معرض ریسک که نشان دهنده اندازه گیری ریسک نامتقارن است معرفی نمودند که علاوه بر امکان جمع‌پذیری به منظور محاسبه‌ی ریسک سبد، امکان بهینه‌سازی آسان‌تری را بدلیل تحدب تابع ارزش در معرض ریسک شرطی فراهم می‌نماید. در این مقاله، مدل‌های میانگین- ارزش در معرض ریسک و میانگین - ارزش در

[1] Semi-variance
[2] Simaan
[3] Jorion
[4] Rockafellar and Uryasev

معرض ریسک شرطی و خودرگرسیون-ارزش در معرض ریسک و خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک شرطی بعنوان مدل‌های پایه‌ی ارزیابی مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

۲-۲حل مساله بهینه‌سازی سبد سهام

مروری بر ادبیات بهینه سازی سبد سهام، تلاش های دقیق و تقریبی را برای حل انواع مختلف مسئله نشان می دهد. بهینه سازی سبد سهام بدون محدودیت، یک مسئله برنامه نویسی درجه دوم محدب است که می تواند با روش‌های دقیق مانند برنامه‌ریزی خطی و درجه دوم به طور موثر حل شود. با این حال، همانطور که بین استاک نشان داده است، با اضافه کردن محدودیت های کاربردی مانند محدودیت های کاردینالیته به مدل، مسئله به برنامه‌ریزی درجه دوم مختلط تبدیل می‌شود بنابراین، محققان در حال توسعه تکنیک های تقریبی مانند الگوریتم های یادگیری ماشین و فراابتکاری هستند. الگوریتم های یادگیری ماشین در حال تکامل از نظریه یادگیری محاسباتی در هوش مصنوعی مانند شبکه های عصبی مصنوعی(فرناندز و گومز[1] ، ۲۰۰۷) وخوشه بندی کی-میانگین (جیانگ و همکاران[2]، ۲۰۱۴) در مقایسه با الگوریتم های فراابتکاری که یا بر اساس راه حل های واحد یا مبتنی بر جمعیت در ادبیات هستند، کمتر انتخاب شده اند. الگوریتم های فراابتکاری مبتنی بر راه حل واحد مانند الگوریتم تبرید شبیه سازی شده (چانگ[3]، ۲۰۰۰)، جستجوی ممنوع (اسچیارف[4] ،۲۰۰۲) و جستجوی تطبیقی تصادفی حریصانه (بایکاسوگلو و همکاران[5] ، ۲۰۱۵) اساساً بر بهبود یک راه حل واحد در طول اجرای الگوریتم ها کار می‌کند. اگرچه کار بر روی یک راه حل واحد نمی تواند از چندین نقطه جستجو استفاده کند، اما پاسخ بسیار سریع است زیرا یک راه حل واحد بارها و بارها بهبود می‌یابد. از سوی دیگر، الگوریتم های فرا ابتکاری مبتنی بر جمعیت که با چندین راه حل در طول تکرارهای الگوریتم کار می‌کنند، پیاده سازی های بسیار بیشتری در زمینه بهینه سازی سبد دارایی دارند. الگوریتم های مبتنی بر جمعیت را می توان به دو گروه طبقه بندی کرد: الگوریتم های تکاملی[6] و الگوریتم های هوش جمعی[7] الگوریتم های تکاملی با استفاده از اصول انتخاب طبیعی، جمعیتی از کروموزوم ها را با استراتژی های انتخاب، تقاطع و جهش با هدف دستیابی به راه حل‌های بهتر، نسل به نسل تکامل می‌دهد. الگوریتم های مختلف درطبقه بندی الگوریتم های تکاملی به طور گسترده‌ای برای حل بهینه‌سازی سبد مورد استفاده قرار می‌گیرند. اگرچه مفهوم الگوریتم های تکاملی در اواسط دهه ۱۹۷۰(سمپسون[8]، ۱۹۷۶) مطرح شد، اما اولین اقتباس از این مدل جهت حل مساله بهینه سازی سبد دارایی، توسط چانگ و همکاران در ابتدای این قرن انجام شد. تاکنون تحقیقات متعددی در مورد بهینه سازی سبد سهام با استفاده الگوریتم های

[1] Fernández and Gómez
[2] Jiang, D. Li, J. Gao, and J. X. Yu
[3] Chang
[4] Schaerf
[5] Baykasoğlu, M. G. Yunusoglu, and F. B. Özsoydan
[6] Evolutionary Algorithms
[7] swarm intelligence
[8] Sampson

تکاملی صورت گرفته است. ارگات[1] و همکاران، (۲۰۰۴) مدلی برای مسئله بهینه سازی میانگین -واریانس پورتفوی ارائه دادند و سه الگوریتم ژنتیک، جستجوی ممنوع و شبیه سازی تبرید را برای حل این مدل طراحی کردند. در این تحقیق، با ارزیابی الگوریتم ها از نظر مقدار سودمندی و انحراف معیار، الگوریتم ژنتیک نتایج بهتری را ارائه داده است. لین و لیو[2]، (۲۰۰۸) مدل هایی را برای مسئله بهینه سازی میانگین -واریانس پورتفوی با حداقل تعداد معاملات پیشنهاد دادند و از الگوریتم ژنتیک برای حل مدل ها استفاده کردند. نتایج محاسباتی نشان داد که الگوریتم ژنتیک می‌تواند راه حل‌های تقریباً بهینه را در مدت زمان معقول و کوتاه به دست آورد. میشرا[3] و همکاران (۲۰۱۴) بهینه‌سازی غذایابی باکتری چند هدفه را برای مسئله بهینه سازی میانگین- واریانس سبد با محدودیت های مرزی و کاردینالیتی پیشنهاد کردند و با سه الگوریتم تکاملی چند هدفه مقایسه و نشان دادند که نسبت به الگوریتم های دیگر عملکرد بالاتری دارند. ین[4] و همکاران (۲۰۱۵) بهینه‌سازی ازدحام ذرات را بر اساس استراتژی ناهمگن جمعیت چندگانه با استفاده از میانگین- واریانس مارکویتز بررسی کردند. نتایج محاسباتی آنها نشان داده است که الگوریتم پیشنهادی به ویژه برای مسئله با ابعاد بالا بسیار مؤثر و قوی است. مسدا[5] و همکاران (۲۰۱۷) دو الگوریتم تکاملی چند هدفه را در شاخص عملکرد حجمی بالا و استراتژی های مبتنی بر تجزیه و تحلیل فنی مقایسه کردند. نتایج پژوهش آنها نشان داده است که NSGA- II نسبت به SPEA-II بهتر عمل می‌کند. کالایچی و همکاران (۲۰۱۷) با استفاده از الگوریتم کلونی مصنوعی زنبور عسل، مسئله بهینه سازی سبد سهام تحت محدودیت های کاردینالیته را حل نمودند. مطالعات صورت گرفته‌ی آنها نشان از کارایی الگوریتم کلونی مصنوعی زنبور عسل نسبت به سایر الگوریتم های مورد استفاده دارد. کالایچی و همکاران (۲۰۲۰) از ترکیب الگوریتم مورچگان و ژنتیک جهت حل مسئله‌ی بهینه‌سازی سبد سهام با محدودیت‌های کاردینالیته استفاده نموده‌اند و این مدل را برای ۵ مجموعه داده‌ی مرجع مورد ارزیابی قرار داده‌اند. یوان[6] و همکاران (۲۰۲۱) مسئله‌ی بهینه‌سازی سبد را بر اساس رویکرد ردیابی شاخص بازار و وجود محدودیت‌های کاردینالیته مدلسازی و با استفاده از یک رویکرد فراابتکاری پیشنهادی حل نموده‌اند. سروش و همکاران (۱۳۹۶) بهینه سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم بهینه سازی مبتنی برآموزش و یادگیری را براساس مدل میانگین- واریانس و مدل ارزش در معرض ریسک شرطی بررسی کردند. نتایج پژوهش آنها نشان داد که الگوریتم بهینه سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری، نسبت به سایر الگوریتم ها برای یافتن مرز کارا و بهینه سازی سبد سهام، عملکرد بهتری دارد. تهرانی و همکاران (۲۰۱۸) بهینه سازی سبد سهام به کمک الگوریتم فراابتکاری دسته های میگو را براساس مدل میانگین- واریانس، میانگین - نیم واریانس و ریزش مورد انتظاربررسی کردند نتایج مطالعات آنها نشان داد که الگوریتم دسته‌های میگو در یافتن مرز کارا و سبدهای بهینه در مقایسه با سایر الگوریتم های مرسوم عملکرد بهتری داشته است. امیری و همکاران (۱۳۹۹) به بررسی عملکرد الگوریتم جستجوی انطباق تصادفی حریصانه درانتخاب

[1] Ehrgott
[2] Lin and Liu
[3] Mishra
[4] Yin
[5] Macedo
[6] Yuen

سبد بهینه پرداختند نتایج پژهش آنها براساس مدل مارکویتز با در نظر گرفتن محدودیتهای کف و سقف و محدودیت کاردینالیتی نشان داد که الگوریتم (GRASP) در بهینه سازی سبد سهام کاراتر از مدل مارکویتز عمل می‌کند.

۳-مدل تحقیق

در این مقاله، چهار مدل میانگین-ارزش در معرض ریسک، خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک، میانگین-ارزش در معرض ریسک شرطی و خودرگرسیون- ارزش در معرض ریسک شرطی با در نظر گرفتن محدودیت‌های کاردینالیته در بورس اوراق بهادار تهران مورد بررسی قرار گرفته است. فرمول‌بندی مدل با در نظر گرفتن محدودیت‌های کاردینالیته بر اساس یافته های استورن و پرایس بشرح زیر می‌باشد:

پارامترها	N	تعداد دارایی‌های در دسترس
	μ_i	بازده انتظاری دارایی i ام
	σ_{ij}	کوواریانس بین دارایی i ام و j ام
	K	تعداد مطلوب دارایی‌هایی که باید در سبد نگهداری شود
	ε_i	حداقل وزن دارایی i در سبد
	δ_i	حداکثر وزن دارایی i در سبد
	α	سطح احتمال یا سطح اطمینان زیان در ارزش در معرض ریسک
	R_f	بازده بدون ریسک
متغیرها	w_i	وزن دارایی دارایی i ام
	z_i	مقدار ۱ می‌پذیرد اگر دارایی i در سبد باشد و ۰ اگر دارایی i در سبد نباشد

مدل عمومی بهینه‌سازی سبد دارایی، به صورت زیر تعریف می‌گردد

$$max \quad \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i - R_f}{risk_p} \qquad (۱)$$

$$subject\ to: \quad \sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \qquad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^{N} z_i = K \qquad (۳)$$

$$\varepsilon_i z_i \le w_i \le \delta_i z_i \quad i = 1, \dots, N \qquad (۴)$$

$$z_i \epsilon \{0,1\} \quad i = 1, \dots, N \qquad (۵)$$

$$0 \le w_i \le 1 \quad i = 1, \dots, N \qquad (۶)$$

$$0 \le \varepsilon_i \le \delta_i \le 1 \quad i = 1, \dots, N \qquad (۷)$$

در مدل فوق، بازده سبد بصورت رابطه (۸) تعریف می‌گردد:

$$r_t = log\left(\frac{p_{t+1}}{p_t}\right)$$
$$x_t = c + \sum_{i=1}^{p=1} \varphi_i \, x_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (۸)$$

تابع هدف (۱)، بیانگر حداکثرسازی نسبت شارپ یعنی نسبت بازده سبد به ریسک سبد می‌باشد. محدودیت (۲) بیانگر استفاده از تمام سرمایه جهت سرمایه‌گذاری در دارایی‌های موجود می باشد. محدودیت (۳)، تصریح می‌کند که حداکثر تعداد دارایی‌های درون سبد، برابر با مقدار مطلوب یعنی K باشد. محدودیت (۴)، کم‌ترین و بیشترین حد نسبت قابل سرمایه‌گذاری برای سهم i را تصریح می‌نماید. محدودیت (۵)، حدود کلی نسبت قابل سرمایه‌گذاری برای سهم i را محدود می‌نماید. C یک عدد ثابت و φ_P ..... φ_i پارامتر های مدل است در مدل‌های میانگین- ارزش در معرض ریسک و خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک، ریسک سبد بصورت رابطه (۹) تعریف می‌گردد:

$$risk_p = VaR_\alpha(x) = min\{\xi : Pr[f(x,y) \le \xi] \ge \alpha\} \qquad (۹)$$

بطوریکه α سطح اطمینان، $f(x,y)$ تابع زیان برای سبد سهام، x با بازده دارایی y، $p(y)$ تابع چگالی احتمال برای بازده y و $VaR_\alpha(x)$ ارزش در معرض ریسک سبد سهام x در سطح احتمال α می‌باشد. مدل‌های میانگین- ارزش در معرض ریسک شرطی و خودرگرسیون- ارزش در معرض ریسک شرطی، ریسک سبد بصورت رابطه (۱۰) تعریف می‌گردد:

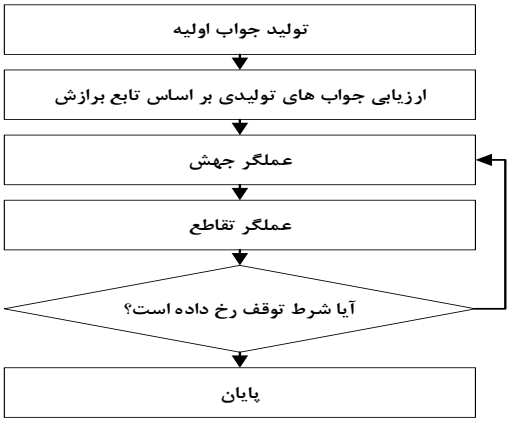
$$risk_p = CVaR_\alpha(x) = VaR_\alpha(x) + \frac{1}{1-\alpha}\int_{R^n} max\{0, \left(f(x,y) - VaR_\alpha(x)\right)\} p(y)dy \qquad (۱۰)$$

۱-۳حل مدل مبتنی بر الگوریتم تکامل تفاضلی

الگوریتم تکامل تفاضلی یک الگوریتم بهینه سازی است که اولین بار در سال ۱۹۹۷ توسط استورن و پرایس معرفی شد. ایشان نشان دادند که این الگوریتم توانایی خوبی در بهینه سازی توابع غیرخطی مشتق ناپذیر دارد که به عنوان روشی قدرتمند و سریع برای مسائل بهینه سازی در فضاهای پیوسته معرفی شده است. الگوریتم تکامل تفاضلی جهت غلبه بر عیب اصلی الگوریتم ژنتیک، یعنی نبود جستجوی محلی در این الگوریتم ارائه شده است. تفاوت اصلی بین الگوریتم های ژنتیک و الگوریتم تکامل تفاضلی در عملگر انتخاب[1] است. در عملگر انتخاب الگوریتم ژنتیک، شانس انتخاب یک جواب به عنوان یکی از والدین وابسته به مقدار شایستگی آن می باشد، اما در الگوریتم تکامل تفاضلی همه جواب ها دارای شانس مساوی جهت انتخاب شدن می باشند. یعنی شانس انتخاب شدن، وابسته به مقدار شایستگی آنها نمی باشد. در این الگوریتم، پس از این که یک جواب جدید با استفاده از

[1] Selection Operators

یک عملگر جهش و عملگر تقاطع تولید شد، جواب جدید با مقدار قبلی مقایسه می شود و در صورت بهتر بودن جایگزین می گردد. در الگوریتم تکاملی تفاضلی بر خلاف دیگر الگورتیم ها که اول عملگر تقاطع و سپس عملگر جهش انجام می شود به گونه ای که ابتدا عملگر جهش اعمال شده و سپس عملگر تقاطع اعمال می‌شود تا بدین وسیله نسل جدید ایجاد گردد. برای اعمال عملگر جهش، از توزیع خاصی استفاده نمی‌شود بلکه طول گام جهش برابر با مقدار از فاصله میان اعضای فعلی تعیین می شود. در شکل (۱)، فلوچارت الگوریتم تکامل تفاضلی ارائه شده است.



شکل ۱: فلوچارت الگوریتم فرا ابتکاری تکامل تفاضلی

کروموزوم‌های هر جواب بصورت زیر تعریف می‌شوند:

w_1	w_2	...	w_N	z_1	z_2	...	z_N

شکل ۲: کروموزوم مدل تکامل تفاضلی برای مساله بهینه سازی سبد دارایی

پس از هر بار تولید جواب جدید (جواب‌های جمعیت اولیه، پس از اعمال عملگر جهش و اعمال عملگر تقاطع) امکان ایجاد یک جواب ناموجه وجود دارد. بویژه بدلیل وجود محدودیت کاردینالیته و لزوم وجود تعداد مشخصی از سهم‌ها در سبد، هر جواب جدید نیاز به اصلاح به منظور تعیین اوزان جدید سهم‌ها دارد. در این حالت، به منظور اصلاح سبد (تطبیق با تعداد سهم از پیش‌تعیین‌شده‌ی مطلوب در سبد)، ابتدا دارایی‌ای که دارای حداقل وزن در سبد می‌باشد از سبد خارج می‌شود، سپس حداکثر وزن باقیمانده، به مابقی سهم‌های درون سبد تخصیص می‌یابد تا زمانیکه تعداد سهم‌های درون سبد، به مقدار مطلوب از پیش تعیین شده برسد. در شکل (۳) شبه کد این فرآیند تشریح شده است:

ورودی N, K, S, W

خروجی W^r

N تعداد دارایی ها

K تعداد دارایی‌های درون سبد

S مجموعه‌ای از دارایی‌های شاخص

W مجموعه‌ی اوزانی که برای اصلاح وارد فرآیند اصلاح شده‌اند

w_i وزن دارایی i ام که برای اصلاح وارد فرآیند اصلاح شده است $i \in S$

w_i^r وزن دارایی i ام پس از اصلاح $i \in S$

W^r مجموعه‌ی وزن‌های پس از اصلاح

z_i متغیر باینری $i \in S$

شروع

تا زمانیکه $\sum_{i=1}^{N} z_i = K$ فرآیند زیر را تکرار کن:

اگر $\sum_{i=1}^{N} z_i > K$

برای دارایی‌ای که دارای حداقل مقدار w_i در سبد است، $z_i = 0$ و $w_i = 0$

اگر $\sum_{i=1}^{N} z_i < K$

برای دارایی‌ای که در سبد وجود ندارد، $z_i = 1$

$CS = \sum_{i=1}^{N} w_i \;\; i \in S, \; i \in S$ (مجموع اوزان دارایی‌های درون سبد)

$FP = 1 - \varepsilon K$ (حداکثر وزنی که می‌توان به دارایی‌های درون سبد تخصیص داد)

$w_i^r = \varepsilon z_i + w_i z_i \frac{FP}{CS}, \;\; \forall\, i \in W, \forall\, i \in W^r$

پایان

شکل ۳: شبه کد اصلاح جواب های تولید شده

۴- روش تحقیق

در این تحقیق۵۰ سهم برتر بورس اوراق بهادار تهران بعنوان سهم‌های کاندید جهت ارزیابی مدل در نظر گرفته شده است. مقدار K یعنی تعداد دارایی مطلوب جهت نگهداری در سبد سهام، ۵ در نظر گرفته شده است. یعنی حداکثر ۵ سهم می‌توانند در سبد سهام باشند. مقدار ε_i و δ_i نیز ۰ و ۱ در نظر گرفته شده است. ارزیابی مدل بر اساس یک پنجره متحرک زمانی برای ۲۴ ماه منتهی به ۱۴۰۰/۸/۱۰ صورت پذیرفته است. تعداد داده‌های درون نمونه جهت بهینه‌سازی مدل، ۱۰۰۰روز می‌باشد. پس از بهینه‌سازی و تعیین سهم های سبد و وزن‌های هر یک، این سهم‌ها با اوزان مربوطه برای ۱ ماه آتی نگهداری شده و بازده، ریسک و نسبت شارپ مربوطه محاسبه شده است. پارامترهای این الگوریتم به شرح زیر می باشد:

تعداد جمعیت اولیه	: ۱۰ برابر تعداد دارایی ها
حد پایین فاکتور مقیاس (β_{min})	: ۰.۲
حد بالای فاکتور مقیاس (β_{max})	: ۰.۸
احتمال تقاطع	: ۰.۸
ضریب جهش	: ۰.۳
شرط توقف	: عدم تغییر تابع هدف تا ۱۰۰ تکرار

۵-نتایج ارزیابی مدل ها

۵-۱مقایسه نتایج مدل میانگین – ارزش در معرض ریسک و خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک

همانگونه که در جدول۱ قابل مشاهده است، دو مدل بهینه سازی میانگین – ارزش در معرض ریسک و خود رگرسیون – ارزش در معرض ریسک با در نظر گرفتن محدودیت های کاردینالیته در بازار بورس تهران مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. برای حل مدل ها، از الگوریتم تکامل تفاضلی استفاده شده است. به منظور اصلاح جواب‌های تولید شده در فرآیند بهینه‌سازی الگوریتم تکامل تفاضلی، یک رویکرد ابتکاری ارائه شده است. مدل‌های کاندید، برای ۵۰ سهم برتر معرفی‌شده توسط بورس اوراق بهادار تهران و با در نظر گرفتن محدودیت کاردینالیته‌ی حداکثر ۵ سهم در سبد و برای ۲۴ دوره‌ی معاملاتی ۲۵ روزه حل شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که مدل میانگین- ارزش در معرض ریسک، نسبت شارپ بالاتر و در نتیجه عملکرد بهتری نسبت به خودرگرسیون- ارزش در معرض ریسک دارد.

جدول ۱: مقایسه نتایج مدل میانگین – ارزش در معرض ریسک و خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک (DE)

دوره		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
بازده	میانگین - ارزش در معرض ریسک	-۰.۰۶۴۱	۰.۲۱۴۲	-۰.۱۶۰۳	-۰.۰۴۱۴	-۰.۰۰۷۸	-۰.۳۱۷۱	-۰.۰۸۱۷	-۰.۳۱۵۵	-۰.۲۰۴۳	۰.۲۸۸۳	۰.۲۲۹۹	۰.۴۳۱۷
	خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک	-۰.۰۹۰۵	۰.۲۳۳۰	-۰.۰۲۹۸	-۰.۱۷۳۲	-۰.۰۰۴۰	-۰.۳۵۰۳	-۰.۱۰۳۵	-۰.۲۸۲۲	-۰.۱۵۸۱	۰.۲۳۴۵	۰.۲۳۹۰	۰.۵۰۱۹
ریسک	میانگین - ارزش در معرض ریسک	۰.۰۱۸۷	۰.۰۰۸۹	۰.۰۳۵۶	۰.۰۱۴۳	۰.۰۲۴۱	۰.۰۵۱۷	۰.۰۴۳۶	۰.۰۳۸۲	۰.۰۳۵۹	۰.۰۱۳۳	۰.۰۱۶۹	۰.۰۱۵۴
	خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک	۰.۰۲۲۹	۰.۰۱۳۳	۰.۰۳۷۵	۰.۰۲۴۷	۰.۰۲۸۰	۰.۰۵۶۹	۰.۰۳۵۵	۰.۰۳۱۵	۰.۰۳۴۹	۰.۰۱۶۶	۰.۰۱۶۸	۰.۰۳۱۹

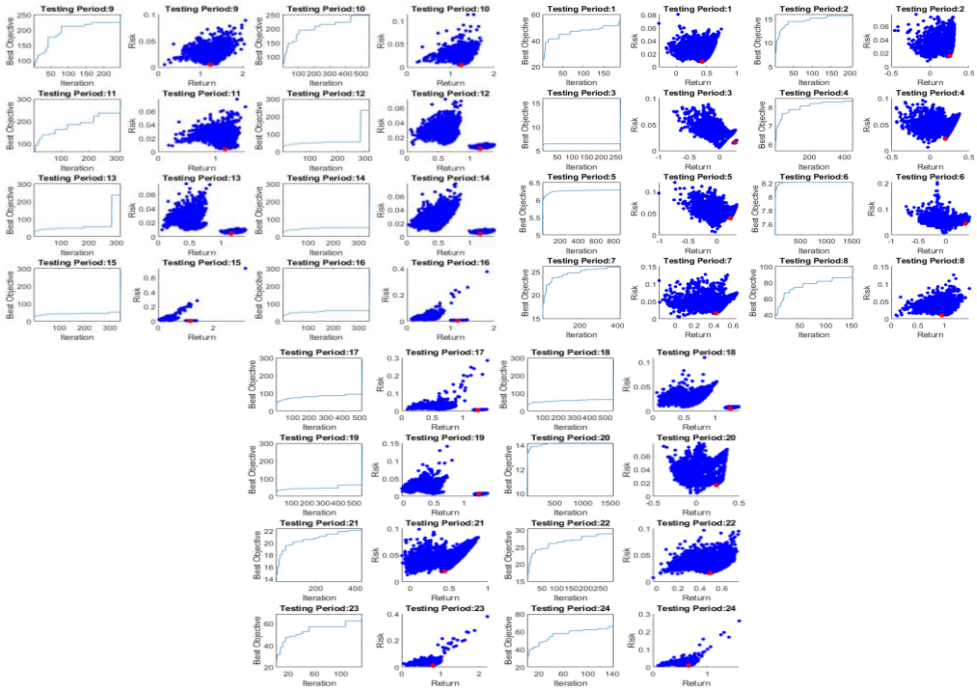
دوره		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
نسبت شارپ	میانگین – ارزش در معرض ریسک	-۳.۴۳۶۶	۲۴.۱۵۴۱	-۴.۵۰۲۰	-۲.۸۹۷۷	۰.۳۲۱۸	-۶.۱۳۰۰	-۱.۸۷۴۵	-۸.۲۵۱۹	-۵.۶۹۶۰	۲۱.۷۳۸۰	۱۳.۶۳۵۵	۲۸.۰۹۹۵
	خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک	-۳.۹۴۸۸	۱۷.۵۳۳۶	-۰.۷۹۵۷	-۷.۰۲۴۴	۰.۱۴۱۶	-۶.۱۵۸۸	-۲.۹۱۵۴	-۸.۹۴۹۱	-۴.۵۳۱۴	۱۴.۱۰۷۱	۱۴.۱۹۰۵	۱۵.۷۰۸۶
دوره		۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
بازده	میانگین – ارزش در معرض ریسک	۰.۰۶۳۵	۰.۱۲۶۲	۰.۰۳۸۷	-۰.۰۴۲۵	۰.۰۹۵۷	-۰.۰۰۵۷	۰.۲۰۲۲	۰.۲۱۸۰	-۰.۰۷۰۰	۰.۰۰۶۱	-۰.۳۳۱۳	۰.۰۳۴۷
	خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک	۰.۱۰۵۵	۰.۱۴۰۲	۰.۰۲۱۲	-۰.۰۶۹۶	۰.۱۱۲۲	۰.۰۴۱۲	۰.۱۵۴۱	۰.۲۳۶۲	-۰.۰۴۳۲	-۰.۰۰۹۵	-۰.۲۹۸۵	۰.۰۴۰۳
ریسک	میانگین – ارزش در معرض ریسک	۰.۰۱۹۳	۰.۰۱۶۱	۰.۰۰۶۹	۰.۰۱۷۶	۰.۰۱۰۸	۰.۰۱۶۲	۰.۰۱۷۶	۰.۰۳۵۶	۰.۰۱۸۳	۰.۰۱۱۹	۰.۰۳۲۶	۰.۰۲۱۵
	خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک	۰.۰۲۲۵	۰.۰۱۶۱	۰.۰۰۸۵	۰.۰۲۳۳	۰.۰۱۲۲	۰.۰۲۵۹	۰.۰۱۸۰	۰.۰۳۹۹	۰.۰۱۶۲	۰.۰۱۱۲	۰.۰۲۲۸	۰.۰۲۳۰
نسبت شارپ	میانگین – ارزش در معرض ریسک	۳.۲۸۸۸	۷.۸۲۳۶	۵.۶۰۶۵	-۲.۴۱۷۱	۸.۸۵۰۰	-۰.۳۴۸۸	۱۱.۵۰۴۵	۶.۱۱۷۶	-۳.۸۳۵۱	۰.۵۱۴۶	-۱۰.۱۵۷۷	۱.۶۱۱۲
	خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک	۴.۶۸۶۱	۸.۶۸۸۹	۲.۴۷۹۵	-۲.۹۸۰۸	۹.۲۳۱۶	۱.۵۸۸۵	۸.۵۵۸۷	۵.۹۱۹۴	-۲.۶۶۹۵	-۰.۸۵۱۴	-۱۳.۱۰۵۰	۱.۷۴۹۶

میانگین بازده	میانگین – ارزش در معرض ریسک	۰.۰۱۳۵
	خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک	۰.۰۱۸۹
میانگین ریسک	میانگین – ارزش در معرض ریسک	۰.۰۲۲۵
	خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک	۰.۰۲۴۶
میانگین نسبت شارپ	میانگین – ارزش در معرض ریسک	۳.۴۸۸۳
	خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک	۲.۱۱۰۶

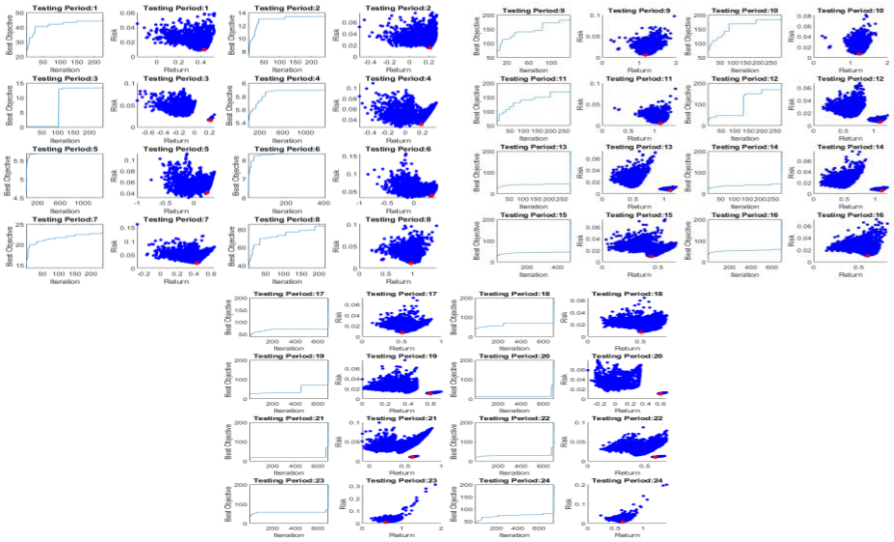
جدول۲: نمایش جواب در مدل میانگین – ارزش در معرض ریسک و خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک (DE)

Time Period	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
DE - Mean VaR	اخابر	اخابر	فخوز	فارس	پارس	کاوه	فولاد	کجاد	شخارک	دسبحان	شبریز	وبصادر	شفن	کرماشا	حکشتی	کجاد	وتجارت	وبصادر	پارس	دالبر	پارس	خودرو	خودرو	خودرو
	فخاس	کرماشا	شفن	پارس	کجاد	پاکشو	کگل	فارس	کاوه	شخارک	خگستر	کرماشا	شخارک	کگل	مبین	وامید	حکشتی	تاپیکو	تاپیکو	شفن	حکشتی	دسبحان	دسبحان	دالبر
	شبندر	مبین	–	پاکشو	جم	ونیکی	وامید	رمینا	جم	خودرو	مبین	جم	کرماشا	اخابر	دسبحان	اخابر	معادن	شبندر	فارس	خودرو	دالبر	فملی	دالبر	حکشتی
	دسبحان	شبندر	–	جم	شخارک	–	ونیکی	مبین	اخابر	شبندر	فخوز	شپنا	فولاد	معادن	وبصادر	گکل	گکل	اخابر	شفن	دسبحان	تاپیکو	وبصادر	خگستر	دلقما
	رمینا	فملی	–	پارسان	شفن	–	فخوز	اخابر	خگستر	شپنا	پارس	وغدیر	گکل	ونیکی	دالبر	شبندر	فخوز	کاوه	شفن	وتجارت	کرماشا	کاوه	کاوه	اخابر
	۰.۲۰۰	۰.۱۹۷	۰.۰۰۰	۰.۱۹۲	۰.۰۶۰	۰.۰۰۰	۰.۱۹۴	۰.۱۹۸	۰.۱۹۶	۰.۱۹۶	۰.۱۹۵	۰.۱۹۶	۰.۱۹۸	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۱۹۹	۰.۱۹۸	۰.۱۹۹	۰.۱۴۲	۰.۱۹۷	۰.۱۹۶	۰.۱۹۹	۰.۱۹۵
	۰.۲۰۰	۰.۱۹۷	۱.۰۰۰	۰.۱۹۲	۰.۱۸۲	۰.۴۲۲	۰.۱۹۴	۰.۱۹۸	۰.۱۹۸	۰.۱۹۷	۰.۱۹۷	۰.۱۹۸	۰.۱۹۸	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۱۹۹	۰.۱۹۸	۰.۲۰۰	۰.۱۴۲	۰.۱۹۷	۰.۱۹۶	۰.۱۹۹	۰.۱۹۶
	۰.۲۰۰	۰.۱۹۷	–	۰.۲۱۰	۰.۲۳۸	–	۰.۲۰۴	۰.۲۰۲	۰.۲۰۲	۰.۲۰۱	۰.۲۰۱	۰.۲۰۰	۰.۲۰۲	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۱۹۹	۰.۲۰۰	۰.۲۰۴	۰.۲۰۱	۰.۲۰۵	۰.۲۰۱	۰.۲۰۵
	۰.۲۰۰	۰.۲۱۲	–	۰.۲۱۴	۰.۳۲۷	–	۰.۲۱۴	۰.۲۰۲	۰.۲۰۲	۰.۲۰۵	۰.۲۰۷	۰.۲۰۵	۰.۲۰۳	۰.۲۰۱	۰.۲۰۱	۰.۲۰۰	۰.۲۰۴	۰.۲۰۶	۰.۲۰۱	۰.۳۵۲	۰.۲۰۷	۰.۲۰۶	۰.۲۰۱	۰.۲۰۸

Time Period	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
DE - ARVaR	حکشتی	وتجارت	کجاد	وامید	کاوه	کجاد	دسبحان	دسبحان	شخارک	خودرو	پاکشو	جم	فخاس	کجاد	کجاد	کاوه	وبصادر	کجاد	معادن	کاوه	پارسان	پاکشو	پارس	وتجارت
	خگستر	پارسان	شفن	فولاد	وتجارت	کاوه	پارسان	رمینا	رمینا	تاپیکو	شپنا	شخارک	فخوز	معادن	دلقما	کجاد	حکشتی	کرماشا	پارسان	تاپیکو	حکشتی	دلقما	خگستر	خودرو
	فملی	شخارک	–	تاپیکو	شخارک	پاکشو	مبین	جم	مبین	شبریز	خگستر	دالبر	کرماشا	حکشتی	فخوز	اخابر	فملی	معادن	مبین	خودرو	مبین	شفن	فخوز	حکشتی
	کاوه	شپنا	–	خودرو	شفن	ونیکی	گکل	خگستر	گکل	دالبر	شخارک	شبندر	پارسان	فخاس	وتجارت	پارسان	وامید	فارس	وبصادر	شپنا	فخوز	پارسان	کجاد	
	دالبر	فملی	–	پاکشو	جم	–	شبندر	کاوه	خودرو	کاوه	فخاس	وتجارت	دلقما	شپنا	معادن	فارس	کجاد	شبندر	پارس	دسبحان	دالبر	اخابر	اخابر	شپنا
	۰.۲۰۰	۰.۱۹۲	۰.۰۰۰	۰.۱۹۷	۰.۱۳۶	۰.۰۱۰	۰.۲۰۰	۰.۱۹۷	۰.۱۹۵	۰.۱۹۴	۰.۱۹۲	۰.۱۹۵	۰.۲۰۰	۰.۱۹۶	۰.۲۰۰	۰.۱۹۹	۰.۱۹۶	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۱۹۸	۰.۲۰۰	۰.۱۹۹	۰.۱۹۸	۰.۱۹۷
	۰.۲۰۰	۰.۱۹۲	۱.۰۰۰	۰.۱۹۷	۰.۱۵۵	۰.۰۲۰	۰.۲۰۰	۰.۱۹۸	۰.۱۹۸	۰.۱۹۷	۰.۱۹۴	۰.۱۹۷	۰.۲۰۰	۰.۱۹۷	۰.۲۰۰	۰.۱۹۹	۰.۱۹۶	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۱۹۸	۰.۲۰۰	۰.۱۹۹	۰.۱۹۸	۰.۱۹۷
	۰.۲۰۰	۰.۱۹۹	–	۰.۱۹۷	۰.۱۷۵	۰.۳۹۷	۰.۲۰۰	۰.۲۰۱	۰.۲۰۲	۰.۱۹۴	۰.۲۰۰	۰.۱۹۷	۰.۲۰۰	۰.۱۹۹	۰.۲۰۰	۰.۲۰۱	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۱۹۸	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۱۹۸	۰.۱۹۸
	۰.۲۰۰	۰.۲۰۷	–	۰.۱۹۷	۰.۲۴۵	۰.۵۷۴	۰.۲۰۰	۰.۲۰۱	۰.۲۰۲	۰.۲۰۹	۰.۲۰۲	۰.۱۹۹	۰.۲۰۰	۰.۲۰۲	۰.۲۰۰	۰.۲۰۱	۰.۲۰۳	۰.۲۰۰	۰.۲۰۰	۰.۱۹۸	۰.۲۰۰	۰.۲۰۱	۰.۲۰۳	۰.۲۰۰
	۰.۲۰۰	۰.۲۰۹	–	۰.۲۱۰	۰.۲۸۹	–	۰.۲۰۱	۰.۲۰۴	۰.۲۰۴	۰.۲۰۷	۰.۲۱۱	۰.۲۱۲	۰.۲۰۱	۰.۲۰۶	۰.۲۰۱	۰.۲۰۱	۰.۲۰۵	۰.۲۰۰	۰.۲۰۱	۰.۲۰۷	۰.۲۰۰	۰.۲۰۱	۰.۲۰۳	۰.۲۰۸



شکل ۴: تغییرات تابع هدف و جوابهای بهینه تکرارهای مختلف الگوریتم تفاضل تکاملی برای مدل میانگین – ارزش در معرض ریسک



شکل۵: تغییرات تابع هدف و جوابهای بهینه تکرارهای مختلف الگوریتم تفاضل تکاملی برای مدل خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک

۲-۵مقایسه نتایج مدل میانگین – ارزش در معرض ریسک شرطی و خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی

همانگونه که در جدول ۳ قابل مشاهده است دو مدل بهینه سازی میانگین – ارزش در معرض ریسک شرطی و خود رگرسیون – ارزش در معرض ریسک شرطی با در نظر گرفتن محدودیت کاردینالیته در بازار بورس تهران مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. در این مقایسه نیز برای حل مدل‌ها، از الگوریتم تکامل تفاضلی استفاده شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که مدل خودرگرسیون- ارزش در معرض ریسک شرطی نسبت شارپ بالاتر و در نتیجه عملکرد بهتری نسبت به میانگین- ارزش در معرض ریسک شرطی دارد.

جدول ۳: مقایسه نتایج مدل میانگین – ارزش در معرض ریسک شرطی و خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی (DE)

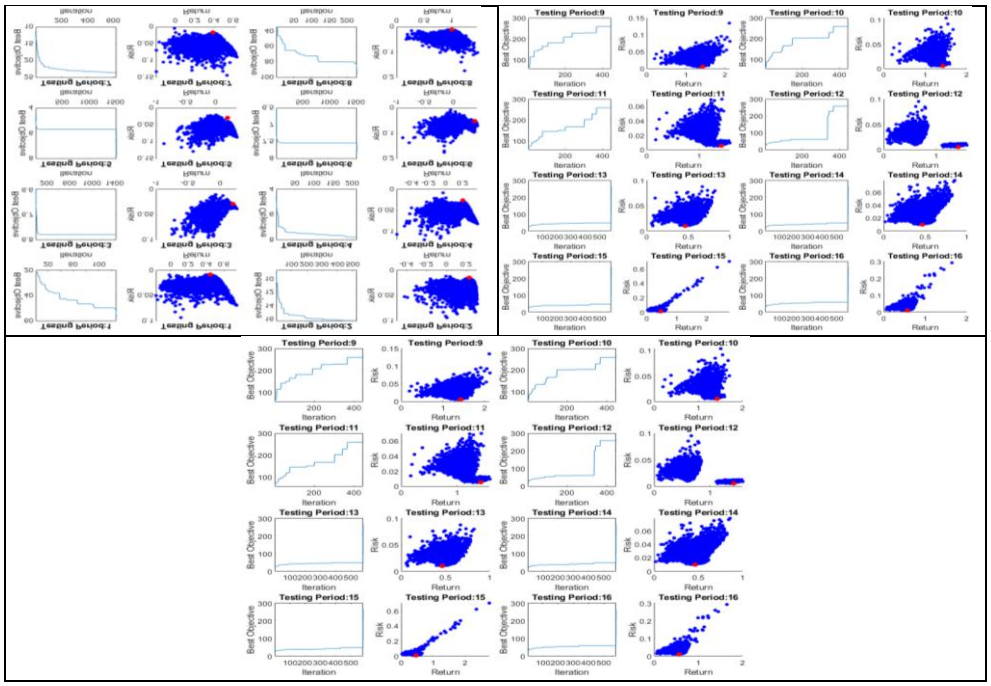
دوره		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
بازده	میانگین - ارزش در معرض ریسک شرطی	۰.۰۶۹۹-	۰.۱۹۲۲	۰.۱۲۲۵-	۰.۰۶۶۳-	۰.۰۰۶۴-	۰.۴۰۸۶-	۰.۰۵۷۴-	۰.۲۹۷۴-	۰.۱۸۳۳-	۰.۲۱۸۹	۰.۱۸۴۸	۰.۴۸۵۰
	خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی	۰.۰۸۱۳-	۰.۲۲۷۳	۰.۰۲۹۸-	۰.۱۵۱۵-	۰.۰۲۶۹	۰.۳۱۶۶-	۰.۱۰۷۹-	۰.۲۶۴۱-	۰.۱۶۸۴-	۰.۲۵۱۰	۰.۲۹۹۷	۰.۵۰۰۳

دوره		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
ریسک	میانگین - ارزش در معرض ریسک شرطی	۰.۰۲۰۹	۰.۰۱۵۶	۰.۰۳۸۲	۰.۰۱۸۴	۰.۰۲۸۳	۰.۰۸۲۱	۰.۰۳۸۵	۰.۰۳۶۳	۰.۰۲۵۹	۰.۰۱۹۲	۰.۰۲۳۷	۰.۰۱۳۸
	خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی	۰.۰۲۲۷	۰.۰۱۱۳	۰.۰۳۸۸	۰.۰۱۸۴	۰.۰۲۹۸	۰.۰۶۲۹	۰.۰۴۹۳	۰.۰۳۲۴	۰.۰۳۵۲	۰.۰۱۲۷	۰.۰۱۹۵	۰.۰۱۱۸
نسبت شارپ	میانگین - ارزش در معرض ریسک شرطی	-۳.۳۴۷۳	۱۲.۳۲۱۱	-۳.۲۰۴۷	-۳.۵۹۸۹	-۰.۲۲۶۷	-۴.۹۷۷۷	-۱.۴۹۱۵	-۸.۱۸۶۴	-۷.۰۸۰۸	۱۱.۳۷۷۸	۷.۷۹۰۷	۳۵.۱۹۱۳
	خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی	-۳.۵۷۵۸	۲۰.۰۴۲۲	-۰.۷۶۸۶	-۸.۲۴۵۱	۰.۹۰۳۸	-۵.۰۳۵۴	-۲.۱۸۷۴	-۸.۱۵۸۲	-۴.۷۷۹۸	۱۹.۷۲۱۷	۱۵.۳۹۳۸	۴۲.۴۸۵۶
دوره		۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
بازده	میانگین - ارزش در معرض ریسک شرطی	۰.۰۷۸۶	۰.۱۵۱۹	-۰.۰۳۰۶	-۰.۰۶۴۴	-۰.۰۹۹۰	-۰.۰۲۰۶	۰.۱۷۸۷	۰.۲۰۰۲	-۰.۰۵۳۵	۰.۰۲۴۲	-۰.۲۷۲۷	۰.۰۱۰۲
	خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی	۰.۱۸۲۲	۰.۱۰۷۳	-۰.۰۳۹۶	-۰.۰۰۱۱	۰.۱۸۵۹	۰.۰۳۹۱	۰.۱۵۴۵	۰.۲۳۷۳	-۰.۰۶۰۴	۰.۰۰۹۰	-۰.۳۱۲۰	۰.۰۳۲۵
ریسک	میانگین - ارزش در معرض ریسک شرطی	۰.۰۲۳۴	۰.۰۱۲۱	۰.۰۱۰۶	۰.۰۲۰۴	۰.۰۱۹۴	۰.۰۲۱۰	۰.۰۱۵۹	۰.۰۴۱۹	۰.۰۱۷۳	۰.۰۱۵۶	۰.۰۲۵۹	۰.۰۳۰۹
	خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی	۰.۰۲۸۵	۰.۰۱۵۷	۰.۰۱۱۱	۰.۰۲۰۷	۰.۰۱۲۳	۰.۰۱۹۵	۰.۰۲۱۱	۰.۰۴۰۲	۰.۰۲۱۰	۰.۰۱۸۶	۰.۰۲۸۷	۰.۰۲۹۰
نسبت شارپ	میانگین - ارزش در معرض ریسک شرطی	۳.۳۶۲۵	۱۲.۵۰۷۴	۲.۸۸۹۲	-۳.۱۵۷۵	۵.۱۱۸۷	-۰.۹۸۱۳	۱۱.۲۰۷۷	۴.۷۷۴۴	-۳.۰۹۴۹	۱.۵۵۳۰	-۱۰.۵۳۲۴	۰.۳۳۱۴
	خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی	۶.۳۸۵۶	۶.۸۲۳۷	۳.۵۸۵۳	-۰.۰۵۲۲	۱۵.۱۳۴۴	۲.۰۰۸۴	۷.۳۳۲۰	۵.۸۹۵۲	-۲.۸۷۸۱	۰.۴۸۷۶	-۱۰.۸۵۲۷	۱.۱۲۱۶

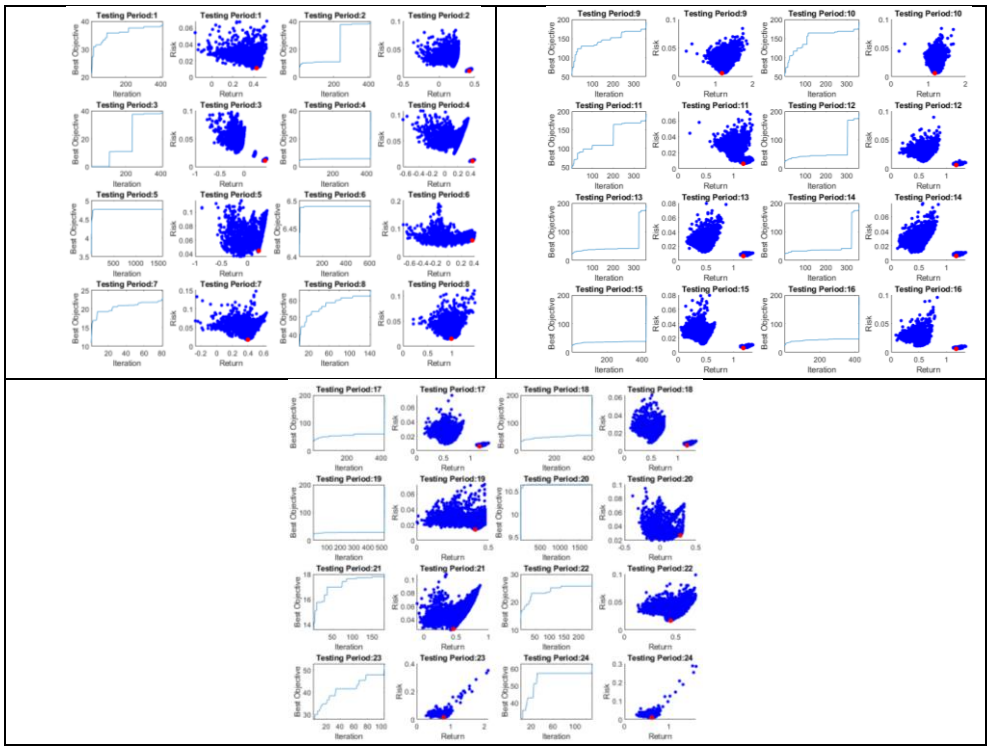
میانگین بازده	میانگین - ارزش در معرض ریسک شرطی	۰.۰۰۹۶
	خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی	۰.۰۳۳۳
میانگین ریسک	میانگین - ارزش در معرض ریسک شرطی	۰.۰۲۵۶
	خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی	۰.۰۲۵۵
میانگین نسبت شارپ	میانگین - ارزش در معرض ریسک شرطی	۲.۴۳۹۴
	خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی	۴.۱۹۹۵

جدول۴: نمایش جواب در مدل میانگین – ارزش در معرض ریسک شرطی و خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک شرطی (DE)

DE- VaR CVaR	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
DE- Mean CVaR	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰
	۰.۰۰۰	–	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰



شکل ۶: تغییرات تابع هدف و جوابهای بهینه تکرارهای مختلف الگوریتم تفاضل تکاملی برای مدل میانگین – ارزش در معرض ریسک شرطی



شکل ۷: تغییرات تابع هدف و جوابهای بهینه تکرارهای مختلف الگوریتم تفاضل تکاملی برای مدل خودرگرسیون– ارزش در معرض ریسک شرطی

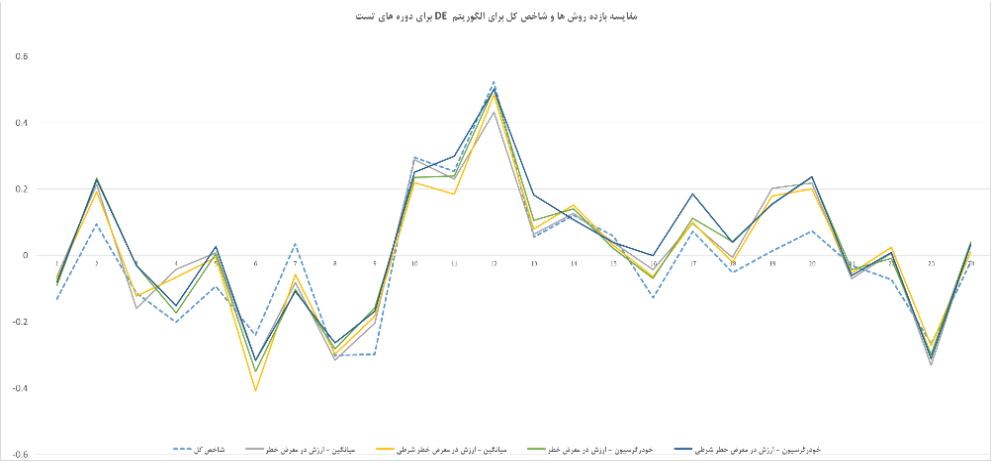
۳-۵ مقایسه نتایج بازده مدل ها و شاخص کل برای الگوریتم (DE)

همانگونه که در جدول ۵ قابل مشاهده است نتایج حاصل از مقایسه چهار مدل میانگین- ارزش در معرض ریسک، خودرگرسیون- ارزش در معرض ریسک، میانگین- ارزش در معرض ریسک شرطی و خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک شرطی و شاخص کل نشان از بالا بودن میانگین بازده در مدل خودرگرسیون – ارزش در معرض ریسک شرطی دارد.

جدول۵: نتایج بازده مدل ها و شاخص کل

دوره	۱	۲	۳	٤	٥	٦	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱٤	۱٥	۱٦	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲٤	میانگین بازده
شاخص کل	-۰.۱۳۲	۰.۰۹٥	-۰.۱۱۳	-۰.۲۰۲	-۰.۰۹۳	-۰.۲٤۱	۰.۰۳٤	-۰.۳۰۱	-۰.۲۹۸	۰.۲۹٦	۰.۲٥۳	۰.٥۲۳	۰.۰٥٥	۰.۱۲۰	۰.۰٥۹	-۰.۱۲۸	۰.۰۷۲	-۰.۰٥۲	۰.۰۱٤	۰.۰۷٤	-۰.۰۳۱	-۰.۰۱۳	-۰.۲٦۷	-۰.۰۱۸	-۰.۰۱٤
میانگین - ارزش در معرض خطر	-۰.۰۷۲	۰.۲٤۰	-۰.۰۳۰	-۰.۱٦۹	۰.۰۱٤	-۰.۳۷٤	-۰.۱۱۳	-۰.۳۲۸	-۰.۱٥۳	۰.۲٥۹	۰.۲٤۷	۰.٥۰۸	۰.۱۱۸	۰.۰۹۳	۰.۰٤۷	-۰.۰۳۰	۰.۱۳٤	۰.۰۳٦	۰.۱۱٤	۰.۱۹٥	-۰.۰٤٦	۰.۰۰۲	-۰.۲۷٥	۰.۰٤۳	۰.۰۱۳
میانگین - ارزش در معرض خطر شرطی	-۰.۰۷٤	۰.۲۲۰	-۰.۰۳۰	-۰.۱٦۲	۰.۰۰۷	-۰.۳٤۷	-۰.۰۷۱	-۰.۲۷۲	-۰.۱۳۳	۰.۲۲٦	۰.۲۷۰	۰.٤۹۷	۰.۱۲۲	۰.۱۳٤	۰.۰٤٥	-۰.۰٥۰	۰.۱۱٦	۰.۰۱۸	۰.۰۹۷	۰.۲۰۲	-۰.۰٦۹	-۰.۰۱۰	-۰.۲٦۷	۰.۰۲۰	۰.۰۰۹
خودرگرسیون - ارزش در معرض خطر	-۰.۰۷۲	۰.۲۳۳	-۰.۰۳۰	-۰.۱٤٦	۰.۰۰۸	-۰.۳۷۰	-۰.۰۸۳	-۰.۲۷٤	-۰.۱٦٥	۰.۲۳۳	۰.۲٦۰	۰.٤۸٥	۰.۱۱۰	۰.۱۳۸	۰.۰۳۳	-۰.۰٥۸	۰.۰۸۹	۰.۰۲٥	۰.۱۳٥	۰.۲۱۱	-۰.۰۷۰	-۰.۰۳٥	-۰.۲۷۱	-۰.۰۰٥	۰.۰۱۸
خودرگرسیون - ارزش در معرض خطر شرطی	-۰.۰۸۲	۰.۲۳۲	-۰.۰۳۰	-۰.۱۷٤	-۰.۰۰٥	-۰.۳٦۱	-۰.۰۷۷	-۰.۲۸۹	-۰.۱٤٤	۰.۳۰۸	۰.۲۱٦	۰.٤۹۷	۰.۱۱٦	۰.۱٤٥	۰.۰٤٤	-۰.۰۷۳	۰.۱۲۰	۰.۰۲٦	۰.۱۳٦	۰.۲۳۲	-۰.۰۲٤	-۰.۰۱٥	-۰.۲٦٦	۰.۰۷۰	۰.۰۳۳

نمودار ۱: مقایسه بازده روش ها و شاخص کل برای الگوریتم (DE)



۶-نتیجه گیری

در این مقاله، چهار مدل بهینه‌سازی سبد سهام، میانگین – ارزش در معرض ریسک، خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک، میانگین – ارزش در معرض ریسک شرطی و خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی با در نظر گرفتن محدودیت کاردینالیته در بازار بورس تهران حل و مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. برای حل مدل، از الگوریتم تکامل تفاضلی استفاده شده است. به منظور اصلاح جواب‌های تولید شده در فرآیند بهینه‌سازی الگوریتم تکامل تفاضلی، یک رویکرد ابتکاری ارائه شده است. مدل‌های کاندید، برای ۵۰ سهم برتر معرفی‌شده توسط بورس اوراق بهادار تهران و با در نظر گرفتن محدودیت کاردینالیته‌ی حداکثر ۵ سهم در سبد و برای ۲۴ دوره‌ی معاملاتی ۲۵ روزه حل شده است. نتایج بدست آمده از مقایسه چهار مدل نشان می‌دهد که مدل خودرگرسیون- ارزش در معرض ریسک شرطی در مقایسه با شاخص کل و سایر مدل ها، میانگین بازده بالاتری دارد . همچنین نتایج حاصل از مقایسه مدل‌ها به لحاظ نسبت شارپ نشان از آن دارد که مدل میانگین – ارزش در معرض ریسک و خودرگرسیون - ارزش در معرض ریسک شرطی از عملکرد بهتری نیز برخوردارند.. نتایج این تحقیق می‌تواند به بهبود فرآیند سرمایه‌گذاری برای سهامداران خرد و کلان در بازار سرمایه‌ی ایران کمک نماید. امکان توسعه‌ی مدل‌های مورد مقایسه در این پژوهش و همچنین رویکرد حل در پژوهش‌های آتی وجود دارد. بهره‌گیری از سایر روش‌های مدلسازی بازده دارایی ، مدل‌های مبتنی بر هوش مصنوعی نظیر شبکه‌های عصبی مصنوعی RNN، شبکه‌های عمیق نظیر LSTM و ... می‌تواند یکی از رویکردهای پژوهشی آتی باشد. همچنین بهره‌گیری از سایر الگوریتم‌های فراابتکاری نظیر الگوریتم مورچگان، الگوریتم ژنتیک و ... مقایسه روش‌های مذکور می‌تواند بعنوان یکی از گزینه‌های پژوهش‌های آتی مورد توجه قرار گیرد.

فهرست منابع

* امیری, میثم, ابراهیمی سروعلیا, محمدحسن, هاشمی, هما. (۱۳۹۹). بررسی عملکرد الگوریتم GRASP درانتخاب پرتفوی بهینه (با لحاظ محدودیت کاردینالیتی. اقتصاد مالی, ۱۴(۵۱), ۱۴۷-۱۷۲.
* تهرانی، رضا؛ فلاح تفتی، سیما؛ آصفی، سپهر؛ (۱۳۹۷). بهینه‌سازی سبد سهام به کمک الگوریتم فراابتکاری دسته‌های میگو با استفاده از معیارهای مختلف از ریسک در بورس اوراق بهادار تهران. تحقیقات مالی, ۲۰(۴), ۴۰۹-۴۲۶.
* زمانی, محسن, افسر, امیر, ثقفی, سید وحید, بیات, الهام. (۱۳۹۳). سیستم خبره پیش بینی قیمت سهام و بهینه سازی سبد سهام با استفاده از شبکه‌های عصبی فازی، مدل سازی فازی و الگوریتم ژنتیک. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار, ۵(۲۱), ۱۰۷-۱۳۰
* سروش، ا.، و عطرچی، ر.، و رامتین نیا، ش. (۱۳۹۶). بهینه سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم بهینه سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری (TLBO) در بورس اوراق بهادار تهران. تحقیقات مالی, ۱۹(۲), ۲۶۳-۲۸۰.
* Baykasoğlu, A. Yunusoglu, M. G. and Özsoydan, (2015)."A GRASP based solution approach to solve cardinality constrained portfolio F. B. optimization problems," Computers & Industrial Engineering, vol. 90, pp. 339-351.
* Bienstock, D.,(1996)."Computational study of a family of mixed-integer quadratic programming problems," Mathematical programming, vol. 74, no. 2, pp. 121-140.
* Chang, T.-J. Meade, N. Beasley, J. E.and Sharaiha, Y. M. (2000)."Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation," Computers & Operations Research, vol. 27, no. 13, pp. 1271-1302,
* Chang, T.-J. Yang, S.-C.and Chang, K.-J. (2009)."Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm," Expert Systems with applications, vol. 36, no. 7, pp. 10529-10537.
* Ehrgott, M. Klamroth, K.and C. Schwehm, (2004)."An MCDM approach to portfolio optimization," European Journal of Operational Research, vol. 155, no. 3, pp. 752-770.
* Fernández, A.and Gómez, S. (2007) "Portfolio selection using neural networks," Computers & Operations Research, vol. 34, no. 4, pp. 1177-1191.
* Jiang, K. Li, D. Gao, J.and J. X. Yu, (2014)."Factor model based clustering approach for cardinality constrained portfolio selection," IFAC Proceedings Volumes, vol. 47, no. 3, pp. 10713-10718,
* Jorion, P., Value at risk: the new benchmark for controlling market risk. Irwin Professional Pub., 1997.
* Kalayci, C. B. Ertenlice, O. Akyer, H. and Aygoren, H. (2017)"An artificial bee colony algorithm with feasibility enforcement and infeasibility toleration procedures for cardinality constrained portfolio optimization," Expert Systems with Applications, vol. 85, pp. 61-75.
* Kalayci, C. B. Polat, O. and Akbay, M. A. (2020)."An efficient hybrid metaheuristic algorithm for cardinality constrained portfolio optimization," Swarm and Evolutionary Computation, vol. 54, p. 100662.
* Konno, H., and Yamazaki, H., (1991). "Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market," Management science, vol. 37, no. 5, pp. 519-531.
* Macedo, L. L. Godinho, P.and Alves, M. J. (2017)."Mean-semivariance portfolio optimization with multiobjective evolutionary algorithms and technical analysis rules," Expert Systems with Applications, vol. 79 ,pp. 33-43.
* Markowitz, H., (1952), "Portfolio selection" The journal of finance, vol. 7, no. 1, pp. 77-91.

* Markowitz, H., (1959) "Portfolio selection: efficient diversification of investments," Cowies Foundation Monograph, no. 16.
* Mishra, S. K. Panda, G. and Majhi, R. (2014)."Constrained portfolio asset selection using multiobjective bacteria foraging optimization," Operational Research, vol. 14, no. 1, pp. 113-145,
* Lin C.-C.and Liu, Y.-T. (2008) "Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots," European Journal of Operational Research, vol. 185, no. 1, pp. 393-404,
* Rockafellar, R. T. and Uryasev, S. (2000) "Optimization of conditional value-at-risk," Journal of risk, vol. 2, pp. 21-42.
* Sampson, J. R. (1976) "Adaptation in natural and artificial systems (John H. Holland)," ed: Society for Industrial and Applied Mathematics.
* Samuelson, P. A., (1975), "The fundamental approximation theorem of portfolio analysis in terms of means, variances and higher moments," in Stochastic optimization models in finance: Elsevier, pp .215--220
* Schaerf, A. (2002)."Local search techniques for constrained portfolio selection problems," Computational Economics, vol. 20, no. 3, pp. 177-190.
* Simaan, Y. (1997) "Estimation risk in portfolio selection: the mean variance model versus the mean absolute deviation model," Management science, vol. 43, no. 10, pp. 1437-1446.
* Storn, R.and Price, K. (1997)."Differential evolution–a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces," Journal of global optimization, vol. 11, no. 4, pp. 341-359.
* Yin, X. Ni, Q. and Zhai, Y. (2015),"A novel PSO for portfolio optimization based on heterogeneous multiple population strategy," in 2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC), pp. 1196-1203: IEEE.
* Young, M. R., (1998)."A minimax portfolio selection rule with linear programming solution," Management science, vol. 44, no. 5, pp. 673-683.
* Yuen, M-.C. Ng, S.-C. Leung, M.-F. andChe, H. (2021),"Metaheuristics for Index-Tracking with Cardinality Constraints," in 2021 11th International Conference on Information Science and Technology (ICIST), pp. 646-651.

Financial Economics
Vol. (14) Issue (55) Autumn 2024

Portfolio Optimization Considering Cardinality Constraints and Based on Adverse risk Factors Using the Differential Evolution Algorithm

Behnaz Ghadimi
PhD student in financial engineering, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran
b.ghadimi2013@gmail.com

Mehrzad Minoei
Assistant Professor, Department of Industrial Management, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran (Responsible Author)
mminoei2@gmail.com

Gholamreza Zomorodian
Assistant Professor, Department of Financial Management, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran
gh.zomorodian@gmail.com

Mirfeiz Fallah Shams
Associate Professor, Department of Financial Management, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran
fallahshams@gmail.com

Abstract
Portfolio optimization with cardinality constraints is a mixed integer quadratic programming problem in such a way that it has been proven that the optimization problem becomes NP-hard with the addition of these constraints, which often reduces the efficiency of exact solution methods due to long calculation times. Therefore, special attention has been given to meta-initiative approximation approaches. In addition, there is model improvement based on adverse risk metrics. In this article, in order to solve the portfolio optimization problem by considering the cardinality limits, from the differential evolution algorithm and in order to modify the solutions produced in the optimization process of the differential evolution algorithm, an innovative approach is presented. Also, the measures of value at risk and value at conditional risk have been evaluated as risk measures in the model. Candidate models have been solved for the top 50 stocks introduced by the Tehran Stock Exchange and considering the cardinality limit of maximum 5 stocks in the basket and for 24 trading periods of 25 days. The obtained results show that the two models of average-value at risk and auto regression-value at conditional risk have better performance.
Keywords: Portfolio optimization, Cardinality constraint, Differential evolution algorithm, Value-at-risk, Conditional value-at-risk