فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری
دوره ۱۵ / شماره ۱ (پیاپی ۵۸) / تابستان ۱۴۰۵
صفحه ۴۷۱ تا ۵۰۵

مدلسازی پرتفوی بهبود یافته ردیاب شاخص با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی چندجمله‌ای و بر اساس ملاحظات صندوق‌های شاخصی کشور

شهاب‌الدین ادیب‌مهر
دانشجوی دکتری مهندسی مالی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی ، تهران، ایران
رحمت الله محمدی پور
دانشیار گروه حسابداری، واحد ایلام، دانشگاه آزاد اسلامی، ایلام، ایران (نویسنده مسئول)
Rm.accounting2@yahoo.com
قدرت اله طالب نیا
دانشیار گروه حسابداری، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی ، تهران، ایران
حمیدرضا کردلویی
دانشیار گروه حسابداری و مدیریت، واحد اسلامشهر، دانشگاه آزاد اسلامی ، اسلامشهر، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۲۸ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۹/۱۰

چکیده
هدف پژوهش حاضر مدلسازی پرتفوی بهبود یافته ردیاب شاخص با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی چندجمله‌ای و بر اساس ملاحظات صندوق‌های شاخصی کشور است. این تحقیق از یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی برای ردیابی شاخص استفاده می‌کند که با استفاده از هر دو روش PSO (پیاده‌سازی شده در متلب) و روش‌های دقیق از طریق GAMS برای صندوق‌های بورس اوراق بهادار تهران حل شده است. این مطالعه عملکرد پرتفوی های سرمایه‌گذاری ساخته شده از طریق بهینه سازی ازدحام ذرات (PSO)، حل دقیق با استفاده از GAMS و شاخص‌های مختلف معیار صندوق‌ها را ارزیابی می کند. مطالعات بر اساس مشخصات ۵ صندوق شاخصی کشور و با استفاده از داده‌های سالهای ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۱ انجام شده است. اگرچه هر روش نقاط قوت منحصر به فردی را نشان می دهد، هیچ تفاوت قابل توجهی در بازدهی روزانه سه پورتفولیو به دست آمده از سه روش در کل دوره زمانی مشاهده نشده است که نشان می‌دهد عملکرد دو الگوریتم حل در امر ردیابی شاخص مناسب بوده است. در همین حال، PSO پتانسیل بازدهی بالاتر را تحت شرایط خاص نشان داده است که نشان دهنده مناسب بودن آن برای سرمایه گذاران متحمل ریسک است که به دنبال سود بیشتر هستند.

واژه‌های کلیدی: ردیابی شاخص بهبودیافته، برنامه‌ریزی آرمانی، الگوریتم‌های فراابتکاری.

۱- مقدمه

هدف پژوهش حاضر، طراحی و پیاده‌سازی مدل ردیابی شاخص بهبودیافته بر اساس روش برنامه‌ریزی آرمانی و الگوریتم‌های فراابتکاری است. همان طور که از این عنوان مشخص است از طرفی با مسئله انتخاب سبد سهام به عنوان یکی از قدیمی‌ترین و پربحث‌ترین مسائل حوزه مالی مواجه هستیم و از طرف دیگر این انتخاب سبد سهام را با قید ایجاد سبد بهبود یافته ردیاب شاخص همراه کرده است که به معنی کسب بازدهی حداقل برابر شاخص و در حالت ایده‌آل بیشتر از شاخص است، همراه شده است (لی و لو[1]، ۲۰۲۳؛ نجفی و خراسانی، ۱۳۹۶، تندنویس و حکیمیان، ۱۳۹۹).

شاخص محوری به مجموعه‌ای از استراتژی‌های سرمایه‌گذاری اشاره دارد که می‌خواهند عملکرد یک شاخص شناخته‌شده را بازنمایی کنند. مهمترین مزایایی که شاخص محوری برای سرمایه‌گذاران ایجاد می‌کند شامل هزینه‌های اجرایی کمتر، تنوع بخشی مناسب و در برخی کشورها ایجاد مزایای مالیاتی است. شاخص محوری در واقع یکی از واضح‌ترین الگوهای یک مبحث جامع‌تر به نام سرمایه‌گذاری غیرفعال است (یو[2]، ۲۰۲۳).

سرمایه‌گذاری غیرفعال به مجموعه روش‌های سرمایه‌گذاری اشاره دارد که مطابق با یک سری قواعد از پیش مشخص شده و شفاف است که به دنبال کشف قیمت‌گذاری‌های اشتباه و کسب منافع از شناسایی از خرید و فروش این سهم‌ها نیست (کواک[3] و همکاران، ۲۰۲۱).

مجموعه مطالعات انجام گرفته در طول سالیان متمادی در حال تقویت ایده سرمایه‌گذاری غیر فعال هستند (رنشا و فلدشتین[4]، ۱۹۶۰). آنها همچنین نتیجه گرفتند که شاخص‌ها می‌توانند مبنای خوبی برای آنچه آنها "شرکت سرمایه‌گذاری بدون مدیر" نامیدند، می‌باشد (فرنچ[5]، ۲۰۰۸). نشان داد که هزینه سرمایه‌گذاری غیرفعال کمتر از سرمایه‌گذاری فعال می‌باشد.

نظریه بازار کارا با تئوریزه کردن این مورد که قیمت سهام شامل تمامی اطلاعات مرتبط با واقعیت‌های هر سهم است اعتماد بیشتری برای سرمایه‌گذاران علاقه‌مند به سرمایه‌گذاری شاخص محور ایجاد کرد و عنوان کرد که مدیران سرمایه‌گذاری که شیوه مدیریت فعال را انتخاب کرده اند نمی‌توانند در بلند مدت بر بازار غلبه کنند و بازدهی مازاد مستمر کسب کنند. این موضوع باعث شد تا از سال ۱۹۷۱ مدیران سرمایه فعال در بازار شروع به ارائه خدمات مدیریت سبد بر مبنای ردیابی شاخص‌های اصلی بازار نمایند (رانگ[6]، ۲۰۲۴).

مزیت دیگر سرمایه‌گذاری غیرفعال آن است که معمولا مدیران سرمایه‌گذاری که این شیوه مدیریت را برای سرمایه تحت مدیریت خود برگزیده‌اند موفق می‌شوند که هدف از پیش تعیین شده خود که همان بازسازی شاخص مبنا است را تا حد زیادی محقق نمایند و این در حالی است که مدیران فعال در برخی دوره‌ها نمی‌توانند هدف

[1] Li & Lu
[2] Yu
[3] Kwak
[4] Renshaw & Feldstein
[5] French
[6] Rong

خود که کسب بازدهی بیشتر از شاخص است را محقق کنند و این مسئله در کنار هزینه‌های سنگین مدیریت فعال بیشتر به عنوان یک نقطه ضعف خودنمایی می‌کند (یون[1] و همکاران، ۲۰۲۲).

یکی از دلایل رشد و توسعه کشورهای صنعتی توجه این کشورها به بازار سرمایه و تخصیص بهینه منابع از طریق این بازارها است. هنگامی که پس‌انداز موجود در دست افراد جامعه به صورت صحیح و هدفمند به سمت بازارهای هدف هدایت می‌شود علاوه بر کسب بازدهی مناسب برای افراد، شرایط برای رشد و توسعه صنعتی کشور نیز فراهم خواهد شد (یو، ۲۰۲۳).

یکی از ضرورت‌های هدایت صحیح و بهینه منابع به سمت تولید، وجود نهادهای مالی پیشرفته و ابزارهای مالی صحیح است که با کمک آنها تخصیص غیر مستقیم سپرده‌های افراد جامعه به موارد هدف رقم بخورد. یکی از این ابزارها در بازارهای مالی صندوق‌های شاخصی است که با وجود کارکرد و ماهیت شناخته شده آن در سطح جهان، متاسفانه تا کنون نتوانسته است تا حد قابل توجهی مورد اقبال سرمایه گذاران بازار سرمایه ایران قرار گیرد و دلیل این امر را می‌توان در عملکرد نه چندان رضایت بخش این صندوق‌ها در بازار سرمایه ایران جستجو نمود (آزادی و نجفی، ۱۳۹۹).

امروزه استفاده از رویکردهای غیر فعال و به صورت خاص ردیابی بهبود یافته شاخص مورد توجه بسیاری از مدیران دارایی قرار گرفته است و ضرورت ایجاد مدل‌هایی که بتواند این شیوه مدیریت دارایی را کاراتر و اثربخش‌تر نماید بیش از پیش ضروری به نظر می‌رسد.

نظر به آنکه بازار سرمایه ایران نیز در طول سالیان اخیر رو به روز به سمت توسعه و استفاده بیشتر از دانش مالی به منظور ابزارسازی و استفاده از این ابزارها برای ایجاد فرصت‌های سرمایه‌گذاری بیشتر و در نهایت توسعه و رشد کمی و کیفی بازار حرکت کرده است، نیاز است تا با بررسی مدل‌های مناسب برای بازار سرمایه ایران شرایط را برای تحقق این امر فراهم کنیم.

در پژوهش حاضر با استفاده از مدل‌های ریاضی که در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته اند، رویکری برای مدل سازی شاخص‌های بازار سرمایه کشور فراهم می‌کنیم و سپس با حل مدل به بررسی کارایی و اثر بخشی آن خواهیم پرداخت و در نهایت توسعه این مدل برای افزایش کارایی صندوق‌های سرمایه‌گذاری شاخصی را بررسی می‌کنیم.

علاوه بر این در این پژوهش نه تنها به ایجاد سبد اولیه ردیاب شاخص خواهیم پرداخت بلکه سعی قصد آن را داریم تا سبدهای صندوق‌های شاخصی موجود در بازار سرمایه کشور را در بازه زمانی مورد نظر این پژوهش با مدل مطرح شده باز سازی نماییم.

[1] Yuen

مبانی نظری

ردیابی شاخص که به عنوان سرمایه‌گذاری غیرفعال[1] یا تکرار شاخص[2] نیز شناخته می‌شود، یک استراتژی سرمایه‌گذاری است که هدف آن تکرار عملکرد یک شاخص بازاری خاص است. ردیابی شاخص به جای تلاش برای عملکرد بهتر از بازار، به دنبال مطابقت نزدیک با بازده و ریسک شاخص انتخاب شده است (تومایدیس، ۲۰۱۰).
ایده کلیدی پشت ردیابی شاخص، ساختن سبدی است که ترکیب و وزن شاخص هدف را با دقت منعکس کند. این امر را می‌توان با نگهداری اوراق بهادار مشابه به نسبت موجود در شاخص انجام داد. هدف ایجاد سبدی است که عملکرد شاخص را تقلید کند و بازدهی و ریسک مشابه شاخص را برای سرمایه‌گذاران فراهم کند (شارما[3] و همکاران، ۲۰۱۷).

رویکرد سنتی برای ردیابی شاخص، که به عنوان تکرار کامل نیز شناخته می‌شود، روشی است که برای تکرار عملکرد یک شاخص بازاری بدون در نظر گرفتن مؤلفه‌ها یا وزن‌های واقعی شاخص استفاده می‌شود. این روش شامل ساختن سبدی از اوراق بهادار تشکیل دهنده شاخص، معمولاً متناسب با ارزش بازار آنها است.

ردیابی شاخص بهبودیافته یک استراتژی سرمایه‌گذاری است که عناصر سرمایه‌گذاری فعال و غیرفعال را برای دستیابی به عملکرد بهتر نسبت به استراتژی ردیابی شاخص سنتی ترکیب می‌کند. هدف این روش تولید بازدهی فراتر از شاخص معیار است و در عین حال عملکرد شاخص را به دقت دنبال می‌کند (کواکیک[4] و همکاران، ۲۰۲۰).

هدف ردیابی شاخص بهبودیافته استفاده از فرصت‌های خاص در بازار و در عین حال حفظ مشخصات ریسک مشابه با شاخص معیار است. این استراتژی شامل تصمیمات مدیریت فعال و انحراف از وزن شاخص است.

برنامه‌ریزی آرمانی یک تکنیک برنامه‌ریزی ریاضی است که برای بهینه‌سازی تصمیم گیری در موقعیت‌هایی با اهداف متعدد و اغلب متناقض استفاده می‌شود. در زمینه بهینه‌سازی سبد، برنامه‌ریزی آرمانی را می‌توان برای ترکیب اهداف چندگانه فراتر از اهداف مالی، مانند ملاحظات مالیاتی و محدودیت‌های نقدینگی به کار برد (کواکیک و همکاران، ۲۰۲۰).

در برنامه‌ریزی آرمانی برای بهینه‌سازی سبد، اولین قدم شناسایی اهداف متعددی است که سرمایه‌گذار می‌خواهد به آن دست یابد. این اهداف بسته به ترجیحات و محدودیت‌های سرمایه‌گذار می‌تواند متفاوت باشد. به عنوان مثال، سرمایه‌گذار ممکن است به حداکثر رساندن بازده، به حداقل رساندن ریسک و دستیابی به سطح خاصی از نقدینگی را در اولویت قرار دهد (دکرو و هبرت[5]، ۱۹۸۸). هدف مدل برنامه‌ریزی آرمانی یافتن جوابی است که انحراف کلی از نتایج مطلوب را به حداقل برساند. این انحراف با تعیین مقادیر آرمانی برای هر هدف و محاسبه فاصله یا شکاف بین تخصیص فعلی سبد و تخصیص آرمانی اندازه گیری می‌شود.

[1] Passive investing
[2] Index Replication
[3] Sharma
[4] Kaucic
[5] Deckro & Hebert

سپس الگوریتم بهینه‌سازی به دنبال به حداقل رساندن مجموع وزنی انحراف از آرمان هر هدف است. وزن‌های اختصاص داده شده به اهداف نشان‌دهنده اهمیت نسبی آنهاست. مدل برنامه‌ریزی آرمانی، تخصیص بهینه سبدی را پیدا می‌کند که تا حد امکان به دستیابی به نتایج مطلوب برای هر هدف به طور همزمان نزدیک می‌شود (شارما و همکاران، ۲۰۱۷).

پیشینه پژوهش‌های خارجی

در پژوهش دیتولو[1] و همکاران (۲۰۱۴)، یک مسئله بهینه‌سازی چند معیاره تعریف شده است که در آن دو نوع رویکرد فعال و غیرفعال با هم ترکیب می‌شوند، و یک الگوریتم فراابتکاری ترکیبی معرفی شده است که جستجوی محلی و برنامه‌ریزی درجه دوم را برای به دست آوردن تقریبی از مجموعه پارتو ترکیب می‌کند. محققان به طور تجربی این رویکرد را بر روی معیارهای دو کلاس نمونه مختلف تجزیه‌وتحلیل کرده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که این الگوریتم فراابتکاری می‌تواند به طور موثر برای حل مسائل انتخاب سبد چند معیاره استفاده شود. علاوه بر این، با آزمایش بر روی مجموعه نمونه‌هایی که از یک سناریوی مالی متفاوت می‌آیند، نشان داده شده که نتایج به‌دست‌آمده توسط الگوریتم فراابتکاری نسبت به داده‌های بازده مورد استفاده استوار هستند.

مزالی[2] و باسلی (۲۰۱۴) دو مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط از مسئله ردیابی شاخص ارائه کرده‌اند. آن‌ها به صراحت هر دو نوع هزینه معامله ثابت و متغیر را در نظر می‌گیرند. نتایج محاسباتی برای مجموعه داده‌های گرفته شده از بازارهای بزرگ جهانی ارائه شده است.

برونی[3] و همکاران (۲۰۱۵) یک رویکرد بهینه‌سازی دوهدفه خطی برای ردیابی شاخص پیشنهاد کرده‌اند که میانگین بازده مازاد را به حداکثر و عملکرد ضعیف‌تر از شاخص را در یک دوره یادگیری به حداقل می‌رساند. مدل را می‌توان با استفاده از تکنیک‌های برنامه‌ریزی خطی استاندارد تا بهینگی حل کرد. در جنبه نظری، آن‌ها شرایطی را بررسی می‌کنند که وجود سبدی بهتر از شاخص را تضمین یا نشدنی می‌کند. از جنبه عملی، آن‌ها از مدل خود با تجزیه و تحلیل تجربی گسترده بر روی مجموعه داده‌های مالی دنیای واقعی در دسترس عموم، از جمله مقایسه با مطالعات قبلی، تحلیل عملکرد، و تأیید برخی از نتایج نظری پیشنهادی بر روی داده‌های واقعی، پشتیبانی می‌کنند.

در مقاله گاستاروبا و همکاران (۲۰۱۶)، دو مدل ریاضی جدید برای ردیابی شاخص بهبودیافته بر اساس نسبت امگا پیشنهاد شده است. نتایج محاسبات انجام شده بر روی مجموعه بزرگی از نمونه‌های معیار نشان می‌دهد که سبد تشکیل شده توسط مدل با فرض تعریف استاندارد نسبت امگا، به طور مداوم از نظر عملکرد خارج از نمونه، نسبت به نمونه‌هایی که با حل مدل تصادفی به دست آمده، بهتر عمل می‌کنند.

[1] di Tollo
[2] Mezali
[3] Bruni

در مقاله فیلیپی[1] و همکاران (۲۰۱۶)، مسئله ردیابی شاخص بهبود یافته دو هدفه مورد مطالعه قرار داده شده است که در آن دو هدف متعارض، یعنی بازده مورد انتظار مازاد سبد بیش از شاخص معیار و خطای ردیابی، در نظر گرفته می‌شوند. یک روش اکتشافی برای ساختن تقریبی از مجموعه جواب بهینه پارتو طراحی شده است. آن‌ها روش پیشنهادی را روی مجموعه مرجعی از جواب‌های بهینه پارتو آزمایش کرده‌اند. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که این روش به طور قابل توجهی سریعتر از محاسبات دقیق است و تقریب بسیار مناسبی را ارائه می‌دهد.

مسئله ردیابی شاخص را می‌توان به عنوان یک مسئله بهینه‌سازی با حداقل‌سازی خطای ردیابی فرموله کرد. در مقاله افولتر[2] و همکاران (۲۰۱۶)، قابلیت حل مسئله ردیابی شاخص با الگوریتم بهینه‌سازی علف‌های هرز مهاجم (IWO[3])، یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر جمعیت نسبتاً جدید بررسی شده است. پیچیدگی این مسئله واقعی و به ویژه فضای جواب و محدودیت‌های آن مستلزم تغییرات قابل توجهی در الگوریتم اصلی IWO است. اگرچه روش اساساً به خوبی کار می‌کند، نتایج نشان می‌دهد که سبد به دست آمده به طور کامل با شاخص معیار همخوانی ندارد.

هدف اصلی پژوهش مهرانی[4] و همکاران (۲۰۱۹a) بهینه سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از الگوریتم سیاهچاله و الگوریتم تحقیقات گرانشی می باشد. آن‌ها همچنین الگوریتمی به نام Hybrid Algorithm پیشنهاد کرده‌اند که دو الگوریتم بالا را برای پوشش نقاط ضعف این دو الگوریتم ترکیب می کند. در نهایت نتایج را با مدل مارکوویتز مقایسه کرده و الگوریتم بهینه را انتخاب کرده‌اند. پژوهش مهرانی و همکاران (۲۰۱۹b) از این الگوریتم برای بهینه‌سازی پورتفولیو استفاده می‌کنند.

ناگی و استروب[5] (۲۰۲۰) برنامه‌ریزی خطی و درجه دوم اعداد صحیح مختلط برای مسئله ردیابی شاخص استفاده می‌کنند. آن‌ها توابع خطای ردیابی مختلف را با استفاده از رویکردهای حل دقیق بر اساس مدل‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط پیشنهادی در یک آزمایش محاسباتی با استفاده از مجموعه‌ای از نمونه‌های مسائل بر اساس شاخص‌های بزرگ بازار سهام بهینه می‌کنند. نتایج بیش از ۹۰۰۰ مشاهده نشان می‌دهد که به حداقل رساندن واریانس خطای ردیابی که یک تابع درجه دوم است، به حداقل کردن سایر توابع خطای ردیابی ارجحیت دارد.

در مقاله هوانگ[6] و همکاران (۲۰۲۱)، یک رویکرد جدید بهینه‌سازی چند دوره‌ای (MPO[7]) برای طراحی پرتفوی ردیابی شاخص پیشنهاد شده است که می‌تواند هزینه‌های تراکنش و هزینه‌های نگهداری را محاسبه کند. MPO برای ردیابی شاخص به عنوان یک مسئله بهینه‌سازی غیرمحدب فرمول‌بندی می‌شود و به طور متوالی با حل یک زیرمسئله برنامه‌ریزی مخروط مرتبه دوم بر اساس روش بهینه‌سازی محدب متوالی حل می‌شود.

[1] Filippi
[2] Affolter
[3] invasive weed optimization
[4] Mehrani
[5] Gnägi & Strub
[6] Huang
[7] Multi-Period portfolio optimization

شبیه‌سازی‌های عددی نشان می‌دهد که روش MPO پیشنهادی قادر به دستیابی به عملکرد ردیابی مناسب با هزینه‌های کمتر در مقایسه با روش کلاسیک است.

هدف سالسو[1] (۲۰۲۳) ارزیابی عملکرد این مدل‌های بهینه‌سازی، تجزیه و تحلیل نتایج آن‌ها و ارائه بینشی در مورد مفاهیم عملی آنها برای تصمیم‌گیرندگان مالی است. علاوه بر این، ما به دنبال تعیین این هستیم که چگونه تنوع، یک مفهوم اساسی در تئوری پورتفولیو، بر اثربخشی این مدل‌ها در ساخت پرتفولیوهایی که به تعادل ظریف بین ریسک و بازده دست می‌یابند، تأثیر می‌گذارد.

به دلیل پیچیدگی مسئله ردیابی شاخص، حل این مسئله برای شاخص هایی با بیش از ۱۰۰ دارایی غیرعملی می‌شود. به این منظور، روبیو[2] و همکاران (۲۰۲۴) یک روش الگوریتم فراابتکاری تبرید شبیه‌سازی‌شده را برای حل موثر این مسئله برای شاخص‌های بزرگ پیشنهاد می‌کنند. آنها اثربخشی روش را در ردیابی شاخص S&P-500 از سال ۲۰۱۱ تا ۲۰۱۸ نشان می‌دهند و راه‌حل‌های بهینه را هم در بازده تاریخی و هم در آینده ارائه می‌کنند.

پیشینه پژوهش‌های داخلی

در پژوهش امیری و همکاران (۱۳۹۵) از یک مدل ردیابی شاخص با در نظر گرفتن محدودیت زیان گریزی و محدودیت عدد صحیح روی تعداد داراییهای انتخاب شده، برای ایجاد یک سبد ردیابی کننده شاخص بهره گرفته شده است. روش حل مساله استفاده از الگوریتم بیگ بنگ- بیگ کرانچ به‌عنوان یکی از الگوریتم‌های فرا ابتکاری و مقایسه آن با الگوریتم دیفرانسیل تکاملی با استفاده از داده‌های قیمت روزانه سهام موجود در شاخص داو جونز از سال ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۶ می‌باشد. نتایج به دست آمده حکایت از عملکرد مناسب الگوریتم بیگ بنگ-بیگ کرانچ نسبت به الگوریتم دیفرانسیل تکاملی با توجه به معیارهای عملکردی دارد.

نبی زاده و همکاران (۱۳۹۶) با بهره‌گیری از دو الگوریتم تکاملی ژنتیک و الگوریتم تکامل دیفرانسیلی به بررسی عملکرد سه مدل ارائه شده در پژوهش خود پرداختند. پس از ارزیابی نتایج دریافتند که مدلی که بر مبنای بتای نامطلوب ارائه و توسط الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی حل شده بود، کارایی بیشتری دارد. آنها با در نظر گرفتن حداقل تعداد سهام در سبد، بدون لحاظ هزینه‌های معاملاتی، مسئله را حل کردند.

انصاری و همکاران (۱۳۹۸) در پژوهش خود مدل دو مرحله‌ای بر اساس برنامه‌ریزی ترکیبی عدد صحیح ارائه دادند که عملکرد سبد را نسبت به روش یک مرحله‌ای بهبود بخشد. برای نشان دادن کارایی مدل پیشنهادی از شاخص ۵۰ شرکت فعال بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است و برای حل مساله از الگوریتم جستجوی مستقیم و ژنتیک استفاده شده است. یافته‌های پژوهش نشان‌دهنده عملکرد بهتر مدل دو مرحله‌ای پیشنهادی نسبت به مدل یک مرحله‌ای می‌باشد.

در پژوهش آزادی و نجفی (۱۳۹۹)، مدلی برای تشکیل سبد ردیاب ارائه شده است که هدف آن کمینه سازی انحرافات نامطلوب (بازده سبد کمتر از بازده شاخص) و بیشینه سازی انحرافات مطلوب (بازده سبد بیشتر از

[1] Salso
[2] Rubio

شاخص) است. بمنظور حل مدل توسعه داده شده از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. برای ارزیابی عملکرد مدل، داده‌های چهار صنعت بزرگ بورس اوراق بهادار تهران بکار گرفته شده و نتایج نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی عملکرد خوبی در ردیابی شاخص مربوطه و دستیابی به بازده مازاد بر شاخص داشته است.

هدف پژوهش عیوضلو و همکاران (۱۴۰۰)، ردیابی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران است. در این پژوهش، با استفاده از مدل ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی دو دنباله‌ای به تشکیل سبد بهینه ردیاب شاخص پرداخته و عملکرد آن بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد با اینکه مدل اصلی در ردیابی شاخص موفق عمل کرده است، به لحاظ کاهش خطای ردیابی و افزایش نسبت اطلاعاتی، از مدل قدر مطلق انحرافات برتر نیست.

هدف پژوهش عبدلی و همکاران (۱۴۰۲) ردیابی شاخص‌های اوراق یا دارایی‌های با درآمد ثابت درمقایسه با بازارهای سهام به دلیل تنوع بالای این اوراق است. نتایج نشان می‌دهد شاخص اوراق و دارایی‌های مالی با درآمد ثابت می‌تواند نشان دهنده بازده کل یا بازده قیمت اینگونه اوراق و دارایی‌های مالی باشد و شاخص بازده کل علاوه بر بازدهی ناشی از تغییرات قیمت، بازدهی ناشی از نرخ سود (نرخ سود پرداختی و تجمیعی) را در بردارد. اوراق یا دارایی‌های مشمول شاخص از رتبه سرمایه‌گذاری بالا، کوپن سود ثابت و با حداقل ارزش اسمی مشخص برخوردار بوده و عملیاتی نمودن این مدل با وجود ساختار موازی حاکم در بازارسرمایه ازطریق تعدد روزافزون صندوق‌های سرمایه‌گذاری علاوه بر از بین بردن خاصیت محدودکنندگی آنها، تنوع بخشی سبد دارایی پیشنهادی را قوت بخشیده و جذابیت آن را برای ترغیب سرمایه گذاران خرد افزایش داده و می‌تواند ابزار مطمئن و پایداری برای تامین مالی بنگاه‌های تولیدی باشد.

از آنجایی که واحدهای سرمایه‌گذاری در صندوق‌های قابل‌معامله در بورس مشابه سهام مورد معامله قرار می‌گیرند ممکن است معاملات این صندوق‌ها با قیمتی غیر از ارزش ذاتی معایب آنها محسوب شود. با توجه به قدمت کم این صندوق‌ها در ایران و اهمیت کارایی قیمت‌گذاری آنها، پژوهش کاویانی و فخرحسینی (۱۴۰۲) به بررسی این مهم در بازار سرمایه تهران گام برداشته است. جهت دستیابی به هدف فوق شش صندوق (سهامی، شاخصی و با درآمد ثابت) انتخاب شدنده‌اند. برای تجزیه و تحلیل از داده‌های روزانه یک دوره ۶ ساله (۱۳۹۵ الی ۱۴۰۰) استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که عملکرد صندوق‌های منتخب بهتر از عملکرد شاخص کل بازار بوده است. همچنین نتایج نشان داد که عوامل موثر بر خطای ردیابی و صرف (کسر) در صندوق‌های مختلف نتایج متفاوتی را ارائه می‌دهد و ناکارایی قیمتی در این صندوق‌ها نیز مشهود است.

شکاف پژوهشی

همان طور که در بخش‌های قبلی عنوان شد عمده پژوهش‌های صورت گرفته در خصوص پرتفوهای ردیاب شاخص در بازار سرمایه کشور چند ویژگی مشترک دارند که در ادامه به صورت مشخص به آنها اشاره خواهیم کرد:

۱) ایجاد سبد ردیاب شاخص بر اساس یک مدل ریاضی و حل آن با یک رویکرد فراابتکاری

۲) ایجاد سبد اولیه ردیاب شاخص و عدم توجه به محدودیت‌های بازار سرمایه کشور

در این پژوهش سعی خواهیم کرد ضمن استفاده از مدل‌های ریاضی روز دنیا به منظور مدل‌سازی مسئله ردیابی شاخص و حل آن و رسیدن به یک جواب اولیه، محدودیت‌های امیدنامه‌ای صندوق‌های شاخصی را در حل مسئله در نظر بگیریم.

علاوه بر این در این پژوهش علاوه بر ایجاد این سبد اولیه و بررسی میزان خطای ردیابی آن، قصد داریم پرتفوهای صندوق‌های شاخصی کشور را به عنوان جواب اولیه مدل قرارداده و سعی در بهینه‌سازی این جواب‌ها مطابق با محدودیت‌های صندوق‌ها نماییم و جواب حاصل را با عملکرد واقعی صندوق‌ها مقایسه نماییم که این رویکرد نیز تا کنون در هیچ یک از پژوهش‌های انجام شده مورد توجه قرار نگرفته است.

روش‌شناسی تحقیق

در این بخش، روش مورد استفاده برای انجام تحقیق ردیابی شاخص بهبودیافته در بورس اوراق بهادار تهران (TSE) با استفاده از برنامه ریزی آرمانی و بهینه سازی ازدحام ذرات (PSO) تشریح می‌شود. این پژوهش از نظر فرایند کمی به حساب می‌آید زیرا به جمع‌آوری داده‌های واقعی و تحلیل و بررسی آنها می‌پردازد. همچنین این پژوهش از لحاظ نتیجه تحقیق کاربردی به حساب می‌آید چرا که از نتایج آن می‌توان به منظور حل یکی از مسائل جاری مدیریت سرمایه‌گذاری استفاده نمود. همچنین این پژوهش تحقیقی کتابخانه‌ای به شمار می‌آید بدین معنی که اطلاعات مورد استفاده از منابعی که در نوشته‌ها و مقالات و تحقیقات قبلی موجود در کتابخانه‌ها و مراکز داده‌های سازمان‌ها وجود دارد، گردآوری می‌شود. ابزار گردآوری داده‌های مورد نیاز نرم‌افزار TSEclient است که از طریق آن داده‌ها در نرم‌افزار اکسل ذخیره شده و با استفاده از زبان متلب[1] مدلسازی و پردازش می‌گردد. در مورد مروری بر مبانی نظری و تحقیقات پیشین داخلی و خارجی از روش کتابخانه‌ای استفاده شده و از متون، کتب و مقالات علمی و پژوهشی داخلی و خارجی بهره‌گیری شده است. قلمروی مکانی این پژوهش، بازار سرمایه ایران و قلمروی زمانی آن در بازه زمانی ۱۳۹۶ الی ۱۴۰۱ است.

جامعه آماری تحقیق داده‌های بورس اوراق بهادار تهران و تمام صندوق‌های شاخصی فعال طی سال‌های ۱۳۹۱ الی ۱۴۰۱ است. داده‌های این پژوهش شامل قیمت آخرین معامله سهام‌های موجود در بازار بورس اوراق بهادار در فاصله زمانی سال ۱۳۹۱ الی ۱۴۰۱ است که در این تحقیق سهام با شرایط زیر به عنوان نمونه انتخاب می‌شود و در واقع علت انتخاب صندوق‌ها عبارتند از:

- سهم در بازه ابتدای سال ۱۳۹۱ تا پایان ۱۴۰۲ دارای داده‌های قیمتی باشد.
- سهم در بازه ابتدای سال ۱۳۹۱ تا پایان ۱۴۰۲ حداقل در ۸۰ درصد از روزهای کاری معامله شده باشد.

تمامی داده‌های مورد نیاز برای حل مساله از نرم‌افزار ره‌آورد نوین و TSEclient دریافت خواهد شد.

صندوق‌های شاخصی حاضر در بازار اوراق بهادار تهران شامل موارد زیر است:

- تجارت شاخصی کاردان
- شاخص سی شرکت بزرگ فیروزه

[1] MATLAB

- شاخصی آرام مفید
- شاخصی بازار آشنا
- مشترک شاخصی کار آفرین

بنابراین حجم نمونه مورد مطالعه شامل ۵ صندوق شاخصی مذکور هستند. شایان ذکر است به جز صندوق سرمایه‌گذاری شاخصی سی شرکت بزرگ فیروزه و آشنا که شاخص سی شرکت بزرگ بازار سرمایه را ردیابی می‌کند، سایر صندوق‌های شاخصی شاخص کل را به عنوان مبنای ردیابی قرارداده‌اند. از این رو در پژوهش حاضر مبنای ردیابی برای صندوق شاخص سی شرکت بزرگ فیروزه و آشنا، شاخص سی شرکت بزرگ خواهد بود و برای سایر صندوقها شاخص کل به عنوان قرار می‌گیرد.

مدل‌سازی مسئله

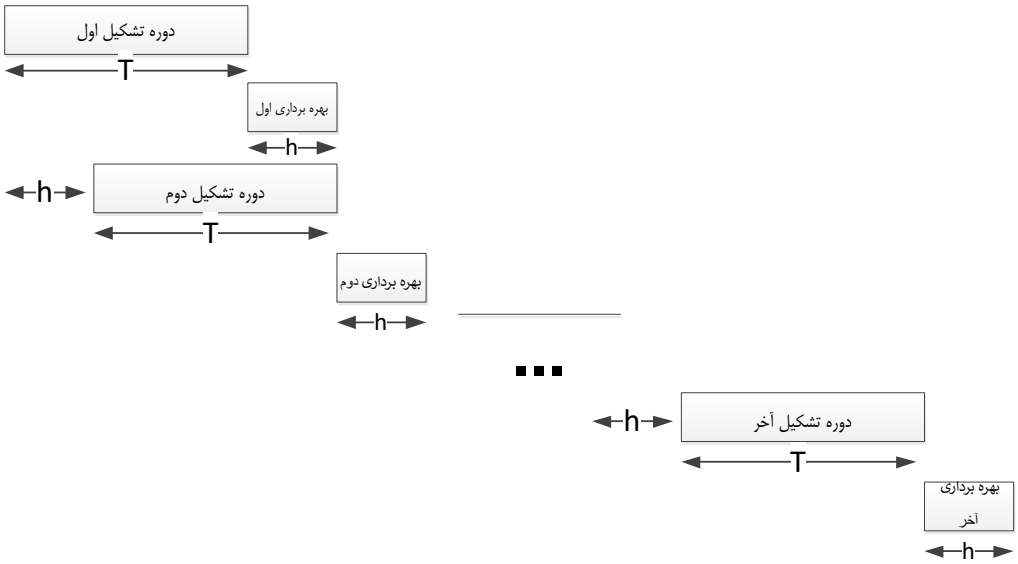
برای مدل سازی مسئله فرض می کنیم که در بازار n سهم وجود دارد و وزن پرتفویی از که از این سهم ها ایجاد می شود را با بردار $x = (x_1, \ldots, x_n)^T$ نمایش می‌دهیم که در آن $x_i \epsilon [0,1]$ نشان دهنده میزان سرمایه‌گذاری در دارایی i ام است که و $i = 1, \ldots, n$ را در بر می‌گیرد و همچنین نماد T بیانگر عملگر ترانهاده می باشد.

همچنین فرض می کنیم در یک محیط پویا قرار داریم که پرتفوی مطابق با تغییرات شرایط بازار بروزرسانی می‌شود و با این حال یک افق سرمایه‌گذاری از پیش تعیین شده داریم که با نماد h مشخص می‌شود که در آن بازده سرمایه‌گذاری محاسبه می‌شود. برای تشکیل پورتفولیو، بازار را در یک پنجره زمانی $[0, T]$ بررسی می‌کنیم و فرض می کنیم که داده های گذشته پیش بینی کننده های خوبی برای آینده هستند. تحت این شرایط استراتژی سرمایه گذاری شامل مراحل زیر خواهد بود:

۱- مشخص کردن ترکیب پرتفوی بهینه در زمان T بر اساس اطلاعات موجود در بازار در بازه زمانی $[0, T]$

۲- اوزان پورتفولیو را برای دوره زمانی h بدون تغییر نگه می‌داریم و فرض می‌کنیم سهامی که در زمان T انتخاب شده اند در انتهای دوره $T + h$ نیز در دسترس هستند.

۳- رویه مطرح شده در بالا می‌تواند در طول زمان تکرار شود و پنجره زمانی مرحله اول با حذف قدیمی‌ترین داده‌های مربوط به دوره زمانی h و جایگزین کردن آنها با یک دوره زمانی هم اندازه تکرار شود. به عبارتی از رویکرد پنجره غلطان برای بررسی مدل در طول زمان استفاده می‌شود. تحت این شرایط بازنگری در پرتفوی تحت یک استراتژی زمانی در فواصل زمانی مشخص در طول افق زمانی سرمایه‌گذاری h دوره‌ای انجام می‌شود. شکل زیر این روند را نشان می‌دهد:



شکل ۱: پنجره غلطان بهینه‌سازی پورتفولیو

برای هر بازه زمانی $t \in [0,T]$ سرمایه گذار به قیمت سهم i ام که با P_{it} نمایش داده می شود و همچنین به عدد شاخص که با P_{bt} نمایش داده می شود، دسترسی دارد. بنابراین میزان بازدهی سهمi ام و بازدهی شاخص در زمان t به وسیله فرمول های زیر محاسبه می شود:

$$R_{it} = \frac{p_{it} - p_{i,t-1}}{p_{i,t-1}}, \quad i = 1, \ldots, n \qquad (۱)$$

$$R_{bt} = \frac{P_{bt} - P_{b,t-1}}{P_{b,t-1}} \qquad (۲)$$

که در آن R_{it} و R_{bt} به ترتیب بازده سهم i و بازده شاخص در دوره t است.

تحت این شرایط میزان بازدهی پرتفوی x در زمان t یک متغیر تصادفی است که به صورت زیر محاسبه می شود:

$$R_{pt}(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i R_{it} \qquad (۳)$$

فرض کنید امید ریاضی بازده دارایی های سبد را به شکل $\mu = (\mu_1, \ldots, \mu_n)^T$ و ماتریس کواریانس بین بازده را با C نمایش دهیم. با این تعاریف، امیدریاضی $R_{pt}(x)$ برابر است با:

$$\mu_p(x) = x^T \mu \qquad (۴)$$

و واریانس آن نیز برابر است با:

$$\sigma_P^2(x) = x^T \mu \qquad (۵)$$

با استفاده از تعاریف فوق، محدودیت‌های مدل بهینه‌سازی پورتفولیو مورد استفاده در این تحقیق به صورت زیر است:

۱- باید کل سرمایه در دسترس در زمان T سرمایه‌گذاری شود. به عبارت دیگر، در خصوص وزن‌های پرتفوی معادله زیر برقرار است:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad (۶)$$

۲- محدودیت روی تعداد سهم مدیریت شده در پورتفولیو به عنوان محدودیتی دیگر در مدل لحاظ می شود. یک پرتفوی قابل قبول باید دقیقا شامل k سهم از مجموعه n سهم موجود در بازار باشد. این محدودیت با اضافه کردن یک متغیر عدد صحیح که آن را برای سهم iام با δ_i نمایش می‌دهیم همراه است. اگر دارایی iام در پرتفوی باشد مقدار δ_i برابر یک و اگر موجود نباشد مقدار آن صفر خواهد بود. با استفاده از این متغیر کمکی، محدودیت روی تعداد سهم موجود در پورتفولیو به صورت زیر است:

$$\sum_{i=1}^{n} \delta_i = K \quad (۷)$$

۳-برای اجتناب از تمرکز بیش‌ازحد بر سهم خاص (وزن بیش از حد یک یا چند سهم) و هزینه‌های مرتبط با معاملات، برای حداقل و حداکثر میزان وزن های موجود در پرتفوی محدودیت هایی را اعمال می کنیم. برای این منظور حداقل میزان مجاز و حداکثر میزان مجاز سرمایه گذاری در یک سهم را با l_i و u_i نمایش می‌دهیم که i نشان دهنده سهمi است و رابطه $0 < \mathrm{l}_i < u_i < 1$ در آن برقرار است. به صورت خلاصه رابطه زیر را می توان در نظر گرفت:

$$\delta_i l_i \le x_i \le \delta_i u_i, \quad i = 1, \ldots, n \quad (۸)$$

باید توجه داشت که اگر سهم iبرای سرمایه گذاری انتخاب نشود هیچ سرمایه گذاری در آن انجام نمی شود. علاوه بر این با فرض آن که $l_i > 0$ است امکان فروش استقراضی نیز وجود نخواهد داشت.

۴-به دلیل وجود هزینه معاملات به هنگام بازنگری در پرتفوی (تغییر اوزان پس از هر دوره تشکیل)، یک محدودیت اضافی نیز در نظر گرفته شده است. فرض کنید x_i برابر با وزن سهم i ام در زمان $T + h$ در پرتفوی باشد و x_i^+ میزان متناظر با آن پس از بازنگری در پرتفوی باشد. در این صورت محدودیت میزان مجاز تغییر در پرتفوی به شکل زیر خواهد بود:

$$\sum_{i=1}^{n} |x_i^+ - x_i| \le TR \quad (۹)$$

در این نامعادله $TR \in [0,1]$ حداکثر نرخ مجاز تغییر در اوزان پرتفوی می باشد. اگر مقدار TR برابر با صفر در نظر گرفته شود پرتفوی پس از بازنگری برابر با پرتفوی اولیه خواهد بود. هرچقدر که TR افزایش پیدا کند آزادی عمل پرتفوی در بازنگری بیشتر خواهد بود و چنانچه TR برابر با یک در نظر گرفته شود، پرتفوی می تواند کاملا تغییر کند.

۵- صندوق‌های سرمایه‌گذاری شاخصی کشور معمولا دارای سبدهای سرمایه‌گذاری گسترده‌ای از انواع دارایی‌ها (شامل انواع اوراق بهادار) و سهام فعال در بازار بورس و فرابورس هستند. به دلیل مسائل دسترسی به داده، در این تحقیق فرض می‌شود که صندوق تنها در سهام بورس و فرابورس سرمایه‌گذاری می‌کند. این صندوق‌ها در امیدنامه خود محدودیت‌هایی روی وزن هر یک از این دارایی‌ها دارند. به همین منظور، پارامتر b_i برای شرکت i صورت زیر تعریف می‌شود:

$$b_i = \begin{cases} ۱ & \text{اگر شرکت } i \text{ عضو بورس باشد} \\ ۰ & \text{اگر شرکت } i \text{ عضو بورس نباشد} \end{cases}$$

به علاوه، پارامتر B به عنوان حداقل سرمایه‌گذاری در سهام عضو بازار بورس تعیین می‌شود (توجه داشته باشید که این پارامتر حداکثر سرمایه‌گذاری در بازار فرابورس را نیز مشخص می‌کند). با استفاده از این پارامترها، محدودیت روی حداقل نسبت سرمایه‌گذاری در بازار بورس به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\sum_{i=۱}^{n} b_i x_i > B \qquad (۱۰)$$

۶- برخی صندوق‌های سرمایه‌گذاری شاخصی کشور به منظور مدیریت ریسک سبد خود وزن سرمایه‌گذاری در صنایع مختلف بازار را محدود می‌کنند. به همین منظور، پارامتر $Imax_j$ برای صنعت j به عنوان حداکثر وزن مجاز برای صنعت تعریف می‌شود.

به علاوه، پارامتر $Ind_{i,j}$ به عنوان پارامتر نشانگری تعریف می‌شود که اگر سهام i جزء صنعت j باشد مقدار ۱ و درغیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد. با استفاده از این پارامترها، محدودیت روی حداکثر وزن صنعت در بازار به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\sum_{i=۱}^{n} Ind_{i,j}\, x_i > Imax_j \qquad \forall j \epsilon J \qquad (۱۱)$$

اگر مجموعه پورتفولیوهای شدنی مدل را با نماد χ نمایش دهیم، در فاز ساخت پرتفوی می بایست محدودیت های ۶ تا ۱۰ را مورد توجه قرار دهیم و اگر بحث بازنگری در پرتفوی مطرح باشد باید محدودیت ۱۱ را هم مورد توجه قرار داد.

در ادبیات موضوع ردیابی شاخص، دقت ردیابی پرتفوی x در مقایسه با شاخص به وسیله تابعی از تفاوت بازدهی پرتفوی $R_{pt}(x)$ و بازدهی شاخص R_{bt} محاسبه می شود. در مدل های ابتدایی معیار اندازه گیری این انحرافات

واریانس تغییرات بازدهی بوده است که در برخی موارد که تفاوت بازدهی از مقدار شاخص مقداری ثابت و بزرگ است عملکرد مناسبی ندارد. یک راه حل برای این مسئله توسط فرمولی که (بیسلی و همکاران، ۲۰۰۳) ارائه نموده آمده که به شکل زیر است:

$$TE = \frac{1}{T}\left(\sum_{t\in s}\left|R_{pt}(x) - R_{bt}\right|^{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (۱۲)$$

در این فرمول $\alpha > 0$ مقداری است که میزان جریمه برای انحراف نرخ بازدهی پرتفوی از بازدهی شاخص را نشان می‌دهد و s بازه زمانی است که در آن در حال مقایسه $R_{pt}(x)$ و R_{bt} هستیم.

مطابق با مقاله تاکدا[1] و همکاران (۲۰۱۳) انتخاب $\alpha = 2$ تضمین کننده عملکرد مناسب مدل در داده‌های داخل نمونه و خارج نمونه است.

تعریفs بستگی به تعریف سرمایه‌گذار از ریسک و خواسته او در مواجهه با ریسک دارد. در بسیاری از مدل‌های ارائه شده برای ردیابی شاخص مقدار $\alpha = 2$ و مقدار $s = [1, T]$ فرض شده است که نشان‌دهنده آن است که در تمامی زمان ها این مقایسه صورت می‌پذیرد. مطابق با تعریفی که پیش از این از مقادیر شدنی پرتفوی در قالب مجموعه χ نمودیم، فرمول زیر برای مدل کردن خطای ردیابی به دست می‌آید:

$$\min_{x\in s}\frac{1}{T}\sqrt{\sum_{t=1}^{T}(R_{pt}(x) - R_{bt})^2} \quad (۱۳)$$

برای امکان در نظر گرفتن انحرافات بیشتر و کمتر از شاخص در سنجه خطای ردیابی، مجموعهs در معادله (۸) را باید به شکل جدیدی تعریف کنیم.

با تعریف s به عنوان زیر مجموعه ای از زمان که در آن پرتفوی عملکردی بدتر از شاخص دارد، عملا می توانیم عدم‌قطعیت منفی استراتژی ردیابی شاخص را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$TE^{-}(x) = \frac{1}{T}\sqrt{\sum_{t=1}^{T}((R_{bt} - R_{pt}(x))^{+})^2} \quad (۱۴)$$

در فرمول فوق $(a)^{+} = max(a, 0)$.

به شکل مشابه، با درنظر گرفتن زمان هایی که پرتفوی ردیاب شاخص عملکرد بهتری از شاخص دارد، می توانیم پتانسیل کسب سود مازاد بر شاخص را با فرمول زیر محاسبه نماییم:

[1] Takeda

$$TE^{+}(x)=\frac{1}{T}\sqrt{\sum_{t=1}^{T}((R_{pt}(x)-R_{bt})^{+})^{2}} \quad (۱۵)$$

علاوه بر این به منظور افزایش سود و همچنین کنترل ریسک کل پرتفوی، می‌توانیم از نسبت شارپ که معیاری برای سنجش سود مازاد پرتفوی نسبت به نرخ بدون ریسک با درنظر گرفتن انحراف معیار انحرافات بازدهی پرتفوی است استفاده نمود (شارپ[1]، ۱۹۶۶).

$$SR(x)=\frac{\mu_p(x)-R_f}{\sigma_p(x)} \quad (۱۶)$$

در این فرمول R_f نشانگر نرخ بازدهی بدون ریسک است. این معیار بازدهی کسب شده توسط سرمایه‌گذار بر اساس هر واحد از هردو نوع ریسک سیستماتیک و غیرسیستماتیک را ارزیابی می‌کند (کاپورین[2] و همکاران، ۲۰۱۴). با این حال هنگامی که بازده اضافی مورد انتظار منفی باشد، پرتفویی با انحراف معیار بیشتر نسبت شارپ بیشتری دارد که بر خلاف آن چیزی است که مطلوب مدل است. در این حالت ایسرائلسن[3] (۲۰۰۵) پیشنهاد می‌دهد که مدل شارپ به شکل زیر اصلاح شود:

$$MSR(x)=\frac{\mu_p(x)-R_f}{\sigma_P(x)^{sign(\mu_p(x))}} \quad (۱۷)$$

که در این فرمول منظور از $Sign(.)$ تابع علامت است. تحت این فرمول اصلاح شده هرچه میزان MSR بیشتر باشد، به حالت مطلوب نزدیک‌تر است.

به صورت خلاصه می توان گفت در این مدل پیشنهادی قصد داریم:

۱- بازدهی کمتر از شاخص پرتفوی ردیاب را حداقل کنیم.

۲- بازدهی بیشتر از شاخص پرتفوی ردیاب را حداکثر کنیم.

۳-عملکرد تعدیل شده با ریسک پرتفوی را افزایش دهیم.

تصمیمات سرمایه گذار براساس ترجیحات زیر صورت خواهد پذیرفت:

فرض کنید $\chi \subset \mathbb{R}^n$ مجموعه جواب های شدنی برای تشکیل پرتفوی باشد و $x,y \in \chi$. در این صورت پرتفوی x بر پرتفوی y غالب است[4]، اگر و تنها اگر $TE^{-}(x) \le TE^{-}(y)$ ، $TE^{+}(x) \ge TE^{+}(y)$ و $MSR(x) \ge MSR(y)$ و حداقل یکی از این روابط به صورت اکید برقرار باشد.

[1] Sharpe
[2] Caporin
[3] Israelsen
[4] dominate

بر اساس این تعریف می توانیم بگوییم پرتفوی $x^* \in \chi$ بهینه است اگر و تنها اگر بر اساس مجموعه شدنی χ هیچ پرتفوی دیگری که $x \in \chi$ و بر x^* غالب باشد، وجود نداشته باشد.
بنابراین یک پرتفوی بهینه برای این استراتژی سرمایه گذاری یک پرتفوی جواب پارتو بهینه است که از بهینه سازی زیر به دست می آید:

$$min(TE^-(x), -TE^+(x), -MSR(x)) \quad (۱۸)$$
$$subject\ \text{to}\ x \in \chi$$

شایان ذکر است در هر دو مسئله ایجاد پرتفوی اولیه و بازنگری در پرتفوهای موجود این معیار و محدودیت ها برقرار خواهد بود.

فرآیند ایجاد مدل برنامه ریزی آرمانی چند جمله‌ای
یک راه حل عمومی به منظور حل مدل (۳-۱۸) تبدیل آن به یک مسئله برنامه ریزی تک هدفه است. به این منظور، ما از رویکرد برنامه ریزی آرمانی چند جمله ای (PGP[1]) که هدف آن کمینه کردن عبارت چند جمله‌ای انحراف بین دستیابی به هدف و سطح مطلوب مجموع ترجیحات سرمایه گذار است، استفاده می کنیم (پرولس[2] و شویزر[3]، ۲۰۱۴).
این رویه شامل دو گام خواهد بود. ابتدا مقدار بهینه هر هدف با حل جداگانه مسئله بهینه‌سازی پورتفوی تک‌هدفه بر اساس فضای شدنی به دست می آید که به صورت زیر نشان داده می شود:

$$TE_*^- = \min_{x\in\chi} TE^-(x) \quad (۱۹)$$
$$TE_*^+ = \max_{x\in\chi} TE^+(x) \quad (۲۰)$$
$$MSR_* = \max_{x\in\chi} \text{MSR}(x) \quad (۲۱)$$

سپس با در نظر گرفتن ضریب λ_1 برای اهمیت ریسک منفی ردیابی، λ_2 برای اهمیت پتانسیل کسب بازدهی بیشتر از شاخص و λ_3 برای اهمیت نسبت شارپ اصلاح شده مسئله بهینه سازی به صورت زیر فرموله می شود:

$$min\ \ \text{Z}=\left(1+\frac{d_1}{TE_*^-}\right)^{\lambda_1}+\left(1+\frac{d_2}{TE_*^+}\right)^{\lambda_2} + \left(1+\left|\frac{d_3}{MSR_*}\right|\right)^{\lambda 3} \quad (۲۲)$$
$$TE^-(x) - d_1 = TE_*^-$$
$$TE^+(x) - d_2 = TE_*^+$$
$$MSR(x) + d_3 = MSR_*$$
$$d_i \geq 0 \quad i = 1,2,3$$
$$x \in \chi$$

[1] Polynomial Goal Programming
[2] Proelss
[3] Schweizer

این شکل از ایجاد تابع هدف و محدودیت ها این اطمینان را ایجاد می کند که پرتفوی بهینه حداقل انحراف موزون را از مقادیر بهینه TE^-، TE^+ و MSR داشته باشد.
هرچقدر که پارامتر ترجیحات $\lambda_i, i = 1,2,3$ برای هر کدام از اهداف بیشتر باشد، آن هدف توسط سرمایه گذار ترجیح داده شده و مدل بیشتر به آن اهمیت خواهد داد.

رویکرد حل مسئله با الگوریتم بهینه‌سازی تجمعی ذرات

الگوریتم بهینه سازی تجمعی ذرات (PSO) یک الگوریتم جمعیت محور است که مجموعه جواب مسئله را به شکل چند بعدی با الهام گرفتن از حرکت های جمعی پرندگان یا ماهی های که به دنبال غذا حرکت می کنند، جستجو می کند (کندی و ابرهارت، ۱۹۹۵). مکانیزم حل PSO بر اساس تبادل اطلاعات در خصوص جواب خوب در میان جمعیت یا ذرات تشکیل دهنده شکل گرفته است. بر این اساس ذرات تمایل دارند تا به سمت بخش هایی از ناحیه شدنی حرکت کنند که تابع هدف را بهبود ببخشد (وانگ[1] و همکاران، ۲۰۱۸). به منظور حل مدل (۳-۲۲) این ایده به شکل زیر مورد استفاده قرار خواهد گرفت.
در هر تکرار که با s نمایش داده می شود، ما یک مجموعه از p کاندید جواب را داریم که با ρنمایش داده می شود. p امین عنصر از ρ به وسیله یک جفت بردار با n بعد $(x_p(s), v_p(s))$ نشان داده می شود که در آن:
$x_p(s) = (x_{p1}(s), \dots, x_{pn}(s))^T$ نشانگر وزن های پرتفوی p ام است که می خواهد بهینه شود و
$v_p(s) = (v_{p1}(s), \dots, v_{pn}(s))^T$ بردار سرعت نامیده می‌شود و حاوی اطلاعاتی در خصوص تغییرات ممکن در ترکیب x_p برای تکرار بعدی است.
برای هر بردار وزن $x_p(s)$، K دارایی با بیشترین وزن وارد پرتفوی می شوند در حالی که عدد صفر به باقی $n - K$ دارایی اختصاص می یابد. به این وسیله محدودیت کاردینالی $\delta_i, i = 1, \dots, n$ مطرح شده در محدودیت شماره (۵) به صورت ضمنی برطرف می‌گردد.
همچنین برای همه $p = 1, \dots, p$ های موجود x_p^{best} و g^{best} به ترتیب نشانگر جدیدترین مقدار بهینه حاصل شده برای پرتفوی p و همه پرتفوی ها تا تکرار حاضر است. با توجه به این مفهوم بردار سرعت متناظر به شکل زیر بروزرسانی می‌شود:

$$v_p(s+1) = \omega\, v_p(s) + c_1 r_1 (x_p^{best} - x_p(s)) + c_2 r_2 (g^{best} - x_p(s)) \quad (۲۳)$$

در معادله (۳۲) $\omega \in \mathbb{R}$ وزن داخلی نامیده می شود که وزن بردار سرعت فعلی را به منظور جستجو صحیح و مناسب فضای جواب، کنترل می کند. همچنین $x_p^{best} - x_p(s)$ عنصر همگرا جواب نامیده می شود و بیانگر آن است که ذره باید چه میزان حرکت کند تا به بهترین جواب خود ذره تا این تکرار نزدیک تر شود. علاوه بر این

[1] Wang

$g^{best} - x_p(s)$ عنصر جامعه نامیده می شود و میزان فاصله وزن پرتفوی $x_p(s)$ را از بهترین ترکیب g^{best} کل پرتفوی ها اندازه گیری می کند.

c_1 و c_2 ضرایب مثبتی هستند که سعی در تقویت وزن های عنصر همگرا و جامعه دارند.

r_1 و r_2 نشانگر دو عدد تصادفی هستند که از توزیع یکنواخت در فاصله $[۱,۰]$ ایجاد شده اند.

از مطالب بالا می توان دریافت که اگر $\omega < 1$ باشد، v_p در طول زمان کاهش می یابد تا به صفر متمایل شود و ρ به یک پرتفوی بهینه میل می کند که به معنی آن است که جواب ها در اطراف جواب فعلی مورد جستجو قرار می گیرد. در طرف مقابل اگر $\omega > 1$، v_p افزایش پیدا می کند و جواب ها واگرا خواهند بود و بخش بزرگتری از فضای جواب جستجو می شود. علاوه بر این، اگر $c_1 > c_2$ باشد آنگاه هر پرتفوی تمایل بیشتری به جذب شدن به سمت بهترین جواب خودش تا تکرار حاضر نسبت به بهترین جواب کل جامعه خواهد داشت که منجر به یک همگرایی کند تر خواهد شد؛ در حالی که اگر $c_1 < c_2$ باشد جواب ها بیشتر به سمت بهترین جواب جامعه همگرا می شوند که منجر به افزایش قدرت همگرایی کل خواهد شد.

ترکیب پرتفوی $x_p(s)$ از p امین پرتفوی مجموعه ρ در تکرار $s+1$ام بر اساس بردار سرعت $v_p(s+1)$ مطابق فرمول زیر اصلاح می شود:

$$x_p(s+1) = x_p(s) + v_p(s+1) \qquad p = 1, \dots, p \qquad (۲۴)$$

روش تجزیه و تحلیل پژوهش مطرح شده مدلسازی مساله ردیابی شاخص با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی چندجمله‌ای و حل مدل مذکور با استفاده از الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی تجمعی ذرات میباشد. با توجه به ماهیت غیرخطی مسئله، روش‌های پیشنهادی، برای حل مدل بهینه‌سازی به صورت دقیق از نرم‌افزار گمز[1] ۲۴ و سالور بارون[2] استفاده می‌شود. به علاوه، به منظور پیاده‌سازی الگوریتم فراابتکاری PSO از برنامه‌نویسی به زبان متلب[3] استفاده می‌گردد. برای تنظیم پارامتر از رویکرد جستجوی شبکه‌ای[4] استفاده شده است. در این رویکرد، برای هر پارامتر مهم الگوریتم PSO مقادیر مختلفی تعیین شده و به ازای ترکیبات مختلف از مجموعه پارامترهای مد نظر، الگوریتم اجرا می‌شود. سپس، مجموعه پارامترها با بهترین تناسب انتخاب شده است. در این رویکرد، برای هر پارامتر مهم (مانند اندازه جمعیت، ضریب‌های سرعت و تکرارها)، مجموعه‌ای از مقادیر ممکن تعیین شده است. سپس الگوریتم PSO برای تمام ترکیبات ممکن از این مقادیر اجرا می‌شود تا تأثیر هر مجموعه از پارامترها بر نتایج ارزیابی شود.

این روش به محقق اجازه می‌دهد تا به‌صورت جامع و سیستماتیک تمام ترکیبات را آزمایش کرده و بهترین تنظیمات را بر اساس معیارهایی مانند دقت، پایداری و کارایی انتخاب کند. از آنجا که جستجوی شبکه‌ای همه گزینه‌ها را پوشش می‌دهد، تضمین می‌کند که هیچ ترکیب بهینه‌ای نادیده گرفته نشود. در نهایت، بهترین مجموعه

[1] GAMS
[2] BARON
[3] Matlab
[4] Grid Search

پارامترها با توجه به نیازهای تحقیق و اهداف عملکردی انتخاب می‌شود، که موجب بهبود نتایج الگوریتم، کاهش خطا و افزایش اعتماد به خروجی‌های PSO می‌گردد.

۳- پرسش‌های پژوهشی

پژوهش حاضر به دنبال پاسخ دادن به سوالات زیر است:

سوال اصلی:

- مدلسازی پرتفوی بهبود یافته ردیاب شاخص با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی چندجمله‌ای و بر اساس ملاحظات صندوق‌های شاخصی کشور چگونه است؟

سوالات فرعی:

- مدلسازی و حل دقیق مسئله پرتفوی بهبود یافته ردیاب شاخص با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی چندجمله‌ای و بر اساس ملاحظات صندوق‌های شاخصی کشور چگونه است؟
- عملکرد الگوریتم فراابتکاری PSO برای حل مسئله پرتفوی بهبود یافته ردیاب شاخص با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی چندجمله‌ای و بر اساس ملاحظات صندوق‌های شاخصی کشور چگونه است؟

۴- یافته‌های پژوهش

در این بخش، یافته‌های مطالعه خود را در مورد مدل‌سازی پرتفوی ردیاب شاخص بهبودیافته با استفاده از برنامه‌ریزی ایده‌آل چند جمله‌ای و با در نظر گرفتن ملاحظات صندوق شاخصی کشور ارائه می‌کنیم. ما عملکرد رویکرد پیشنهادی خود را تجزیه و تحلیل می‌کنیم. نتایج ما بینش های ارزشمندی را برای سرمایه گذاران و مدیران دارایی ارائه می دهد که به دنبال افزایش کارایی و اثربخشی استراتژی های مدیریت پورتفولیو خود هستند.

آمار توصیفی

جدول ۱ آماره‌های توصیفی بازده روزانه (بر حسب درصد) شرکت‌های مورد استفاده در تحقیق را نشان می‌دهد. اطلاعات ارائه شده در این جدول به طور خلاصه به شرح زیر است:

- میانگین: میانگین مقادیر بازده روزانه برای هر شرکت از ۰.۰۳۷ تا ۰.۲۶۴ متغیر است.
- انحراف استاندارد: این مقادیر نشان دهنده سطح پراکندگی یا تغییرپذیری در داده ها است که مقادیر شرکت از ۱.۹۱۱ تا ۴.۵۶۸ متغیر است.
- چولگی: مقادیر چولگی که نشان‌دهنده عدم تقارن توزیع است از ۰.۷۲۱- تا ۵.۴۱۳ متغیر است.
- کشیدگی: این معیار تجمع توزیع را نشان می‌دهد و از ۱.۳۳۲- تا ۲۲.۷۸۳ متغیر است.

این آمارها بینش‌های ارزشمندی را در مورد توزیع، تنوع و ویژگی‌های داده‌ها برای هر شرکت ارائه می‌دهد که برای درک عملکرد و پروفایل ریسک در فرآیند مدل‌سازی پورتفولیو بسیار مهم است.

جدول ۱: آماره‌های توصیفی بازده روزانه شرکت‌های منتخب

	میانگین	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی		میانگین	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی
شرکت ۱	۰۸۲.۰	۹۳۷.۲	۴۹۹.۰-	۸۵۸.۱۱	شرکت ۴۱	۲۳۱.۰	۹۶۲.۲	۷۳۶.۰	۵۴۹.۸
شرکت ۲	۱۵۴.۰	۵۸۹.۳	۵۹.۱۶	۶۲.۵۸۱	شرکت ۴۲	۱۶.۰	۴۳۶.۲	۳۰۲.۰	۳۹۶.۸
شرکت ۳	۱۵.۰	۲۹۹.۳	۲۲۹.۰	۵۷۵.۶	شرکت ۴۳	۱۲۶.۰	۰۲۹.۳	۱۱.۰	۱۷۲.۴
شرکت ۴	۱۳۶.۰	۶۵۵.۲	۴۶۶.۰	۶۷۱.۵	شرکت ۴۴	۱۷۷.۰	۳۷.۲	۶۶۲.۰	۱۹۲.۸
شرکت ۵	۲۶۴.۰	۹۱۱.۱	۴۳۱.۰	۰۵۹.۷	شرکت ۴۵	۱۴۲.۰	۹۱۶.۲	۷۲۶.۰	۹۰۱.۱۳
شرکت ۶	۱۴۸.۰	۹۵۱.۲	۷۸۱.۰	۵۱۳.۱۴	شرکت ۴۶	۱۲۵.۰	۰۸۲.۳	۴۹۴.۰	۶۷۷.۶
شرکت ۷	۱۷۳.۰	۰۳۵.۳	۳۰۲.۱	۷۸۳.۲۲	شرکت ۴۷	۱۳۶.۰	۰۶۸.۳	۰۳۳.۰-	۵۷۲.۱۶
شرکت ۸	۱۱۵.۰	۸۱۶.۲	۰۶۱.۱	۸۳۱.۱۷	شرکت ۴۸	۱۲۸.۰	۲۳۶.۳	۲۳۸.۴	۸۷.۱۰۸
شرکت ۹	۰۳۷.۰	۷۳۷.۲	۵۳۴.۰	۸۵۴.۷	شرکت ۴۹	۱۳۳.۰	۵۳۴.۲	۱۸۲.۰	۷۶۱.۵
شرکت ۱۰	۱۰۷.۰	۸۰۴.۲	۲۳۴.۰	۵۱۲.۳	شرکت ۵۰	۱۸۴.۰	۰۹۷.۳	۷۴۴.۰	۵۹۶.۸
شرکت ۱۱	۰۷۹.۰	۷۲۸.۲	۰۳۴.۰	۱۲۳.۴	شرکت ۵۱	۱۷۸.۰	۹۵۴.۲	۶۱۷.۳	۲۳۹.۷۸
شرکت ۱۲	۱۶۱.۰	۱۹۷.۲	۷۲۱.۰-	۳۰۲.۱۴	شرکت ۵۲	۱۱۹.۰	۸۷۳.۲	۲۹۱.۰	۶۳۱.۴
شرکت ۱۳	۱۵.۰	۱۱۲.۳	۲۷۳.۲	۰۷۱.۳۷	شرکت ۵۳	۰۹۲.۰	۰۷۹.۳	۵۲۴.۰	۵۱۵.۵
شرکت ۱۴	۱۴۲.۰	۱۴.۳	۵۸۶.۰	۲۴۵.۱۱	شرکت ۵۴	۱۶۷.۰	۶۲۸.۲	۲۹۶.۰	۲۲۴.۵
شرکت ۱۵	۱۴۸.۰	۴۸۷.۳	۸۲۹.۳	۷۹۵.۷۶	شرکت ۵۵	۱۰۹.۰	۲۵۸.۳	۱۰۵.۳	۵۸۱.۵۱
شرکت ۱۶	۱۳۶.۰	۳۶۲.۳	۸۴۵.۱	۱۳۸.۲۹	شرکت ۵۶	۱۸.۰	۲۶.۲	۰۴۱.۰-	۰۵۵.۶
شرکت ۱۷	۱۷۵.۰	۱۷۵.۳	۲۱۸.۰-	۱۳۷.۹	شرکت ۵۷	۱۲۳.۰	۷۱۷.۲	۲۲۶.۰	۴۹۵.۳
شرکت ۱۸	۱۸۲.۰	۲۸۸.۳	۹۳۷.۱	۷۲۷.۱۹	شرکت ۵۸	۰۶۵.۰	۰۶۷.۳	۳۵۸.۰	۲.۷
شرکت ۱۹	۲.۰	۰۴۱.۳	۳۲۸.۲	۸۷.۵۱	شرکت ۵۹	۰۶۱.۰	۶۷۸.۲	۰۹۴.۰	۳۸۹.۳
شرکت ۲۰	۱۸۴.۰	۶۶۸.۲	۲۷۸.۰-	۵۶۸.۸	شرکت ۶۰	۱۶۳.۰	۳۹۸.۲	۰۵۳.۰	۸۰۲.۶
شرکت ۲۱	۱۲۱.۰	۸۷۴.۲	۱۰۲.۰	۹۰۷.۸	شرکت ۶۱	۰۵۷.۰	۶۱۱.۲	۳۲۹.۴	۴۲۳.۷۹
شرکت ۲۲	۱۲۶.۰	۱۶۶.۲	۳۶.۰	۶۴۵.۵	شرکت ۶۲	۱۷۷.۰	۴۵۸.۲	۱۲۸.۱	۴۹۷.۱۵
شرکت ۲۳	۰۹۶.۰	۴۲۲.۲	۶۶۴.۰	۵۵۸.۹	شرکت ۶۳	۱۱۹.۰	۳۳۸.۲	۳۳۲.۱-	۱۳.۲۹
شرکت ۲۴	۰۸۱.۰	۵۱۱.۲	۱۷.۰	۳۶۱.۴	شرکت ۶۴	۱۶۷.۰	۳۳۲.۲	۶۵۶.۰-	۱۴۴.۱۳
شرکت ۲۵	۰۶۸.۰	۴۸۷.۳	۰۷۴.۰-	۳۱۶.۹	شرکت ۶۵	۱۲۶.۰	۵۳۴.۲	۳۳۷.۰	۶۷۲.۳
شرکت ۲۶	۱۲.۰	۴۴۲.۳	۹۲۳.۲	۹.۱۲۹	شرکت ۶۶	۱۷.۰	۸۲.۲	۲۴۶.۰	۵۴۴.۴
شرکت ۲۷	۱۶۲.۰	۸۵۶.۲	۶۲۳.۰	۶۵۹.۸	شرکت ۶۷	۱۷۵.۰	۹۲۹.۲	۵۰۲.۳	۴۷۳.۷۱
شرکت ۲۸	۱۱۹.۰	۸۳.۲	۹۵۸.۰	۷۷.۹	شرکت ۶۸	۱۹.۰	۹۳۶.۲	۴۳.۳	۱۸۸.۶۶
شرکت ۲۹	۱۶۲.۰	۸۶۶.۲	۳۷۸.۰	۰۵۲.۷	شرکت ۶۹	۱۵۸.۰	۰۱۶.۳	۳۵۷.۱	۴۴۱.۲۰
شرکت ۳۰	۰۷۲.۰	۹۵۹.۲	۴۲۳.۰-	۶۷۵.۱۳	شرکت ۷۰	۲۲۹.۰	۷۱۴.۲	۴۲۲.۱	۷۷۲.۱۶

	میانگین	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی		میانگین	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی
شرکت ۳۱	۱۸۸.۰	۵۴۸.۲	۱۹۳.۰-	۰۴.۲۵	شرکت ۷۱	۱۸۵.۰	۲۴۳.۲	۲۵۳.۰	۰۱۱.۴
شرکت ۳۲	۲۰۳.۰	۶۲۹.۲	۸۸۷.۱	۰۱۳.۲۲	شرکت ۷۲	۱۱۸.۰	۸۰۵.۲	۰۱۱.۰	۰۷۲.۴
شرکت ۳۳	۰۸۳.۰	۵۳۹.۲	۱۵۴.۰	۷۲۱.۴	شرکت ۷۳	۱۵۶.۰	۹۵۳.۲	۱۶۳.۰	۹۳۴.۵
شرکت ۳۴	۱۳۹.۰	۵۶۸.۴	۳۷۶.۵	۳۸.۶۱۱	شرکت ۷۴	۲۱۱.۰	۳۹۷.۳	۴۶۹.۰	۹۳.۱۲۴
شرکت ۳۵	۲۰۱.۰	۹۳۵.۲	۰۳۵.۱	۹۴۱.۱۴	شرکت ۷۵	۱۵۲.۰	۲۲۸.۳	۱۲۵.۰-	۲۳۶.۳
شرکت ۳۶	۱۹۳.۰	۸۳۴.۲	۱۶.۲	۲۳۴.۳۱	شرکت ۷۶	۱۵.۰	۰۱۶.۳	۰۵۹.۱	۹۲۱.۱۲
شرکت ۳۷	۱۶۷.۰	۰۸۷.۳	۲۷۸.۰-	۵۴۵.۱۳	شرکت ۷۷	۱۷۸.۰	۶۹۷.۲	۵۰۴.۰	۵۰۱.۷
شرکت ۳۸	۱۸۶.۰	۰۹۹.۳	۶۰۹.۰	۰۹۱.۱۰	شرکت ۷۸	۱۷۶.۰	۳۵۳.۲	۹۳۱.۰	۱۰۱.۱۰
شرکت ۳۹	۱۲۷.۰	۰۱۹.۳	۴۱۳.۵	۵۸.۱۲۳	شرکت ۷۹	۱۷۳.۰	۲۳۹.۲	۵۵۵.۰	۷۱۸.۵
شرکت ۴۰	۱۶۲.۰	۶۹.۲	۱۲۴.۰	۱۲۹.۴					

جدول ۲ آماره‌های توصیفی را برای بازده روزانه دو شاخص معیار (شاخص ۳۰ شرکت و شاخص کل) نشان می‌دهد که نمایانگر اطلاعات زیر است.

- میانگین: میانگین مقادیر بازده برای شاخص ۳۰ شرکت ۰.۱۵ است در حالی که بازده شاخص کل دارای میانگین ۰.۱۶۲ است.
- انحراف معیار: سطح پراکندگی برای شاخص ۳۰ شرکت ۱.۲۴۴ و برای شاخص کل ۱.۰۸۵ است.
- حداکثر: حداکثر مقادیر بازده برای شاخص ۳۰ شرکت و شاخص کل به ترتیب ۶/۲۱۴ و ۵/۷۸۶ می باشد.
- حداقل: حداقل مقادیر بازده برای شاخص ۳۰ شرکت و شاخص کل به ترتیب ۸/۱۵۴- و ۱۰/۱۳۴- است.
- چولگی: چولگی برای شاخص ۳۰ شرکت ۰.۱۲۹ و برای شاخص کل ۰.۱۷۸ است.
- کشیدگی: کشیدگی برای شاخص ۳۰ شرکت ۳.۶۸۱ و برای شاخص کل ۴.۳۷۱ است.
- نسبت شارپ: نسبت های شارپ برای شاخص ۳۰ شرکت و شاخص کل به ترتیب ۰.۰۶۳ و ۰.۰۸۳ است.

این آمارها بینش‌های ارزشمندی را در مورد عملکرد و پروفایل ریسک شاخص ۳۰ شرکت و شاخص کل ارائه می‌کند و به سرمایه‌گذاران و تحلیلگران در تصمیم‌گیری آگاهانه در مورد استراتژی‌های سرمایه‌گذاری کمک می‌کند.

جدول ۲: آماره‌های توصیفی بازده روزانه برای دو شاخص معیار

	شاخص ۳۰ شرکت	شاخص کل
میانگین	۱۵.۰	۱۶۲.۰
انحراف معیار	۲۴۴.۱	۰۸۵.۱
بیشینه	۲۱۴.۶	۷۸۶.۵
کمینه	۱۵۴.۸-	۱۳۴.۱۰-

	شاخص ۳۰ شرکت	شاخص کل
چولگی	۱۲۹.۰	۱۷۸.۰
کشیدگی	۶۸۱.۳	۳۷۱.۴
نسبت شارپ	۰۶۳.۰	۰۸۳.۰

صندوق‌های مورد بررسی در این پژوهش شامل صندوق‌های شاخصی زیر است:

- تجارت شاخصی کاردان
- شاخص سی شرکت بزرگ فیروزه
- شاخصی آرام مفید
- شاخصی بازار آشنا
- مشترک شاخصی کار آفرین

شایان ذکر است به جز صندوق سرمایه‌گذاری شاخصی سی شرکت بزرگ فیروزه و آشنا که شاخص سی شرکت بزرگ بازار سرمایه را ردیابی می‌کند، سایر صندوق‌های شاخصی شاخص کل را به عنوان مبنای ردیابی قراردادهاند. از این رو در پژوهش حاضر مبنای ردیابی برای صندوق شاخص سی شرکت بزرگ فیروزه و آشنا، شاخص سی شرکت بزرگ خواهد بود و برای سایر صندوقها شاخص کل به عنوان قرار می‌گیرد. مشخصات این صندوق‌ها که به عنوان پارامترهای خاص هر صندوق در مدل‌های ردیابی شاخص در نظر گرفته می‌شود به صورت زیر است (از این پس، نام صندوق‌ها به صورت مختصرتری که در جدول ۳ نشان داده شده نمایش داده می‌شود):

جدول ۳: پارامترهای خاص هر صندوق در مدل‌های ردیابی شاخص

	تعداد سهام مجاز در سبد صندوق	حداقل درصد سرمایه‌گذاری در سهام بورسی	حداکثر درصد سرمایه‌گذاری در دارایی‌های غیربورسی	شاخص معیار
آشنا	۵۰	۸۵	۱۵	شاخص سی شرکت
فیروزه	۳۰	۸۰	۲۰	شاخص سی شرکت
کار آفرین	۴۵	۸۵	۱۵	شاخص کل
کاردان	۵۰	۸۵	۱۵	شاخص کل
مفید	۴۰	۸۰	۲۰	شاخص کل

بررسی مدل با توجه به پارامترهای صندوق آشنا

در این بخش به بررسی تفاوت عملکرد پورتفوهای تشکیل شده از طریق الگوریتم PSO، GAMS، و شاخص معیار صندوق آشنا می‌پردازیم. جدول ۴ آماره‌های توصیفی برای بازده روزانه حاصل از این سه پورتفولیو را نشان می‌دهد. نگاهی به آماره‌های توصیفی در جدول ۴ نشان می‌دهد که هر سه رویکرد دارای مشخصات منحصر به‌فردی هستند:

- **میانگین بازده روزانه:** پورتفوی تشکیل شده با استفاده از شاخص معیار صندوق بالاترین میانگین (۰.۱۵) را نشان می‌دهد، که نشان‌دهنده عملکرد بهتر این پورتفوی نسبت به پورتفوی‌های تشکیل شده از طریق PSO (۰.۱۳۶) و GAMS (۰.۱۲۷) است. با این حال، از لحاظ این شاخص، پورتفوی‌های تشکیل شده از طریق PSOعملکرد بهتری نسبت به GAMS دارد. همچنین، نزدیک‌بودن مقادیر این آماره برای سه پورتفو، نشان دهنده عملکرد قابل قبول هر دو الگوریتم حل در امر ردیابی شاخص معیار است.

- **انحراف معیار :**پورتفوی GAMS دارای بالاترین انحراف معیار (۱.۲۹۳) است، که بیانگر بالاترین سطح نوسان یا ریسک نسبت به دو پورتفوی دیگر است. پورتفوی PSO نیز با ۱.۲۸۸ انحراف معیار، نشان‌دهنده ریسک مشابهی است، در حالی که پورتفوی شاخص معیار با کمترین انحراف معیار (۱.۲۴۴)، نشان‌دهنده پایدارترین عملکرد است. مجددا، نزدیک‌بودن مقادیر این آماره برای سه پورتفو، نشان دهنده عملکرد قابل قبول هر دو الگوریتم حل در امر ردیابی شاخص معیار است.

- **میانه:** میانه نیز یک معیار کلیدی برای درک توزیع بازده است. پورتفوی‌های GAMS و شاخص معیار با میانه‌هایی نزدیکتر به هم (۰.۱۲۸ و ۰.۰۵۱ به ترتیب)، نشان‌دهنده توزیع متعادل‌تری از بازده‌ها در مقابل، پورتفوی PSO هستند که دارای میانه ۰.۰۷۸ است. در اینجا، پورتفوی‌های تشکیل شده از طریقPSO عملکرد بهتری نسبت به GAMS و شاخص معیار دارد.

- **نسبت شارپ:** این نسبت به عنوان معیاری برای ارزیابی عملکرد سرمایه‌گذاری با توجه به ریسک محسوب می‌شود. پورتفوی شاخص معیار با نسبت شارپ ۰.۰۶۳ بالاترین کارایی را نسبت به ریسک، ارائه می‌دهد. این در حالی است که پورتفوی‌های PSO و GAMS دارای نسبت‌های شارپ کمتری (۰.۰۵۰ و ۰.۰۴۳ به ترتیب) هستند، که بیانگر بازده کمتر برای هر واحد ریسک است.

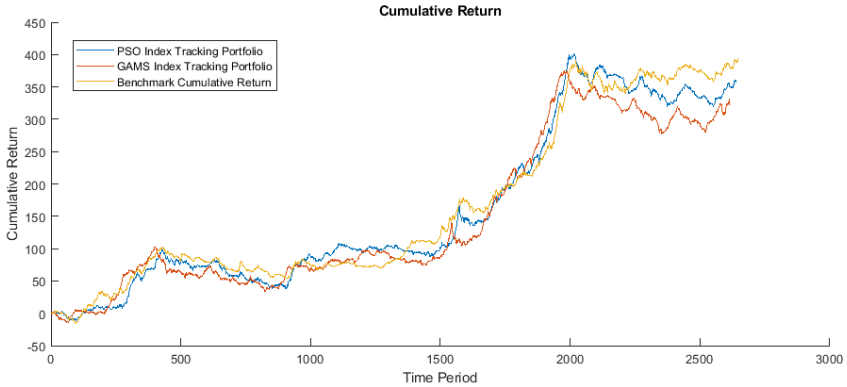
توجه داشته باشید که به منظور بررسی وجود تفاوت معنادار در میانگین بازده روزانه سه پورتفو باید از آزمون‌های آماری استفاده شود. جدول ۵ نتایج آزمون تی-زوجی را برای بررسی وجود تفاوت معنادار میان هر دو زوج از سه پورتفولیو مورد بررسی نشان می‌دهد. نتایج این جدول نشان می‌دهد که در کل دوره زمانی مورد بررسی، تفاوت معناداری بین بازده روزانه هیچ یک از ترکیبات پورتفولیوها وجود ندارد (زیرا p-value برای همه آزمون‌ها بزرگتر از ۰.۰۵ است). با این حال، شکل ۱ بازده تجمعی سه پورتفولیو را نشان می‌دهد. از این شکل مشاهده می‌شود که بازده تجمعی سه پورتفولیو در طول زمان تفاوت‌های چشمگیری با یکدیگر نشان می‌دهند، اما به دلیل این که رتبه‌بندی سه پورتفولیو در طول زمان تغییر می‌کند، نمی‌توان این اثر معنادار را در کل دوره زمانی تشخیص داد. نکته قابل توجه دیگر این است که معمولا بازده تجمعی حاصل از الگوریتم PSO بالاتر از بازده تجمعی حاصل از GAMS قرار دارد.

جدول ۴: آماره‌های توصیفی برای بازده روزانه حاصل از سه پورتفولیو (با تنظیمات صندوق آشنا)

	شاخص معیار	PSO	GAMS
میانگین	۱۵.۰	۱۳۶.۰	۱۲۷.۰
انحراف معیار	۲۴۴.۱	۲۸۸.۱	۲۹۳.۱
میانه	۰۵۱.۰	۰۷۸.۰	۱۲۸.۰
نسبت شارپ	۰۶۳.۰	۰۵۰.۰	۰۴۳.۰

جدول ۵: نتایج آزمون تی-زوجی برای بررسی وجود تفاوت معنادار میان هر دو زوج از سه پورتفولیو (آشنا)

	p-value	حد پایین فاصله اطمینان	حد بالای فاصله اطمینان	T-Stat
PSO-Benchmark	۷۱۱۳۲۸.۰	۰۷۴۶۷.۰-	۰۵۰۹۵۹.۰	۳۷۰۱۱.۰-
PSO-GAMS	۸۴۰۲۱۷.۰	۰۶۱۸۴.۰-	۰۷۶۰۲۱.۰	۲۰۱۶۳۷.۰
GAMS-Benchmark	۶۰۹۵۱۲.۰	۰۸۵۴۷.۰-	۰۵۰۱۴.۰	۵۱۰۸۳.۰-



شکل ۱: بازده تجمعی سه پورتفولیو با تنظیمات صندوق آشنا

بررسی مدل با توجه به پارامترهای صندوق فیروزه

در این بخش به بررسی تفاوت عملکرد پورتفوهای تشکیل شده از طریق الگوریتم PSO، GAMS، و شاخص معیار صندوق فیروزه می‌پردازیم. جدول ۶ آماره‌های توصیفی برای بازده روزانه حاصل از این سه پورتفولیو را نشان می‌دهد. نگاهی به آماره‌های توصیفی در جدول ۶ نشان می‌دهد که هر سه رویکرد دارای مشخصات منحصر به‌فردی هستند.

به منظور بررسی وجود تفاوت معنادار در میانگین بازده روزانه سه پورتفو باید از آزمون‌های آماری استفاده شود. جدول ۷ نتایج آزمون تی-زوجی را برای مقایسه میانگین‌های هر دو زوج از سه پورتفولیو PSO ، GAMS و

Benchmark(مرجع) ارائه می‌دهد. این آزمون به منظور بررسی وجود تفاوت معنادار میان هر دو زوج از این پورتفولیوها انجام شده است.

PSO-Benchmark: مقدار p-value برابر ۰.۹۹۷ است که نشان می‌دهد تفاوت میان این دو پورتفولیو از نظر آماری معنادار نیست. همچنین، فاصله اطمینان شامل صفر است (حد پایین: ۰.۰۶۷۱۳- و حد بالا: ۰.۰۶۶۹۲۹) که به عدم معناداری آماری تفاوت اشاره دارد.

PSO-GAMS: مقدار p-value برابر ۰.۷۳۸ نشان می‌دهد که تفاوت بین PSO و GAMS نیز معنادار نیست. فاصله اطمینان (۰.۰۶۱۸- تا ۰.۰۸۷۱۷۲) نیز شامل صفر است.

GAMS-Benchmark: مقدار p-value برابر ۰.۷۷۵ است و فاصله اطمینان آن (۰.۰۸۰۶۳- تا ۰.۰۶۰۱۸۷) نیز شامل صفر است، که به عدم تفاوت معنادار بین این دو پورتفولیو اشاره دارد.

به‌طور کلی، هیچ‌کدام از این مقایسه‌ها تفاوت معنادار آماری میان پورتفولیوها را نشان نمی‌دهند، که حاکی از همسانی عملکرد نسبی آنها است.

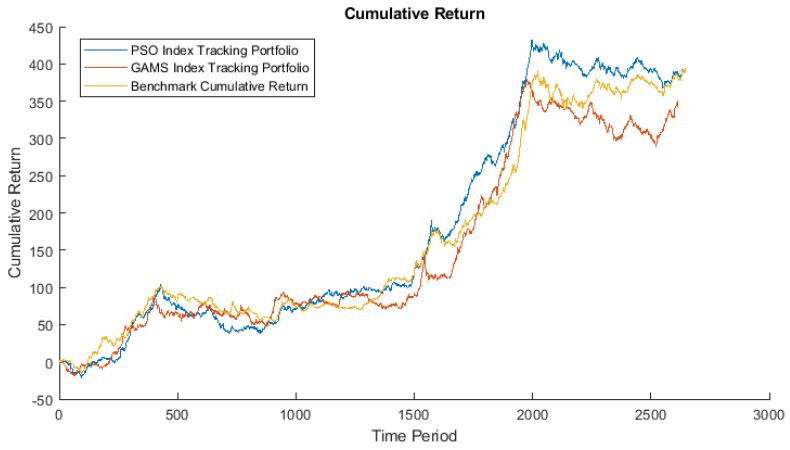
با این حال، شکل ۲ بازده تجمعی سه پورتفولیو را نشان می‌دهد. از این شکل مشاهده می‌شود که بازده تجمعی سه پورتفولیو در طول زمان تفاوت‌های چشمگیری با یکدیگر نشان می‌دهند، اما به دلیل این که رتبه‌بندی سه پورتفولیو در طول زمان تغییر می‌کند، نمی‌توان این اثر معنادار را در کل دوره زمانی تشخیص داد. نکته قابل توجه این است که در بسیاری مواقع بازده تجمعی حاصل از الگوریتم PSO بالاتر از هر دو پورتفولیو دیگر قرار دارد. این موضوع از مقادیر جدول ۶ نیز قابل مشاهده است.

جدول ۶: آماره‌های توصیفی برای بازده روزانه حاصل از سه پورتفولیو (با تنظیمات صندوق فیروزه)

	شاخص معیار	PSO	GAMS
میانگین	۱۵.۰	۱۴۸.۰	۱۳۴.۰
انحراف معیار	۲۴۴.۱	۴۰۸.۱	۳۵۶.۱
میانه	۰۵۱.۰	۰۹۸.۰	۰۷۸.۰
نسبت شارپ	۰۶۳.۰	۰۵۴.۰	۰۴۶.۰

جدول ۷: نتایج آزمون تی-زوجی برای بررسی وجود تفاوت معنادار میان هر دو زوج از سه پورتفولیو (فیروزه)

	p-value	حد پایین فاصله اطمینان	حد بالای فاصله اطمینان	T-Stat
PSO-Benchmark	۹۹۷۷۱۱.۰	۰۶۷۱۳.۰-	۰۶۶۹۲۹.۰	۰۰۲۸۷.۰-
PSO-GAMS	۷۳۸۴۶۳.۰	۰۶۱۸.۰-	۰۸۷۱۷۲.۰	۳۳۳۹۲۴.۰
GAMS-Benchmark	۷۷۵۹۶۴.۰	۰۸۰۶۳.۰-	۰۶۰۱۸۷.۰	۲۸۴۶۱.۰-



شکل ۲: بازده تجمعی سه پورتفولیو با تنظیمات صندوق فیروزه

بررسی مدل با توجه به پارامترهای صندوق کارآفرین

در این بخش به بررسی تفاوت عملکرد پورتفوهای تشکیل شده از طریق الگوریتم PSO، GAMS، و شاخص معیار صندوق کارآفرین می‌پردازیم. جدول ۸ آماره‌های توصیفی برای بازده روزانه حاصل از این سه پورتفولیو را نشان می‌دهد. نگاهی به آماره‌های توصیفی در جدول ۸ نشان می‌دهد که هر سه رویکرد دارای مشخصات منحصر به‌فردی هستند.

به منظور بررسی وجود تفاوت معنادار در میانگین بازده روزانه سه پورتفو باید از آزمون‌های آماری استفاده شود. جدول ۹ نتایج آزمون تی-زوجی را برای مقایسه میانگین‌های هر دو زوج از سه پورتفولیوPSO ، GAMSو Benchmarkدر صندوق "کارآفرین" نشان می‌دهد. این آزمون برای بررسی وجود تفاوت معنادار آماری میان هر زوج از پورتفولیوها استفاده شده است.

PSO-Benchmark: مقدار p-value برابر ۰.۶۶۹ است که نشان‌دهنده عدم معناداری تفاوت میان PSO و Benchmarkاست. فاصله اطمینان آن از ۰.۰۷۴۷۶- تا ۰.۰۴۸۰۵ شامل صفر است و مقدار T-Stat برابر ۰.۴۲۶- نشان‌دهنده عدم تفاوت معنادار بین این دو پورتفولیو می‌باشد.

PSO-GAMS: مقدار p-value برابر ۰.۴۹۸ نیز نشان‌دهنده عدم تفاوت معنادار آماری بین PSO و GAMS است. فاصله اطمینان از ۰.۰۴۶۰۶- تا ۰.۰۹۴۷ نیز صفر را شامل می‌شود و مقدار T-Stat برابر ۰.۶۷۷ است که تفاوت آماری معناداری را تأیید نمی‌کند.

GAMS-Benchmark: مقدار p-value برابر ۰.۲۴۰ است که نشان می‌دهد تفاوت میان GAMS و Benchmark نیز معنادار نیست. فاصله اطمینان آن از ۰.۱۰۰۷- تا ۰.۰۲۵۲۸ صفر را در بر دارد و مقدار T-Stat برابر ۱.۱۷۴- است که تفاوت معناداری را نشان نمی‌دهد.

به‌طور کلی، نتایج آزمون تی-زوجی در این جدول نشان می‌دهد که هیچ‌کدام از مقایسه‌ها تفاوت معنادار آماری میان پورتفولیوها را نشان نمی‌دهند. این یافته‌ها حاکی از آن است که عملکرد پورتفولیوهایPSO ، GAMSو Benchmarkدر صندوق "کارآفرین" به‌طور قابل توجهی متفاوت نیستند و این سه پورتفولیو عملکرد مشابهی را ارائه می‌دهند.

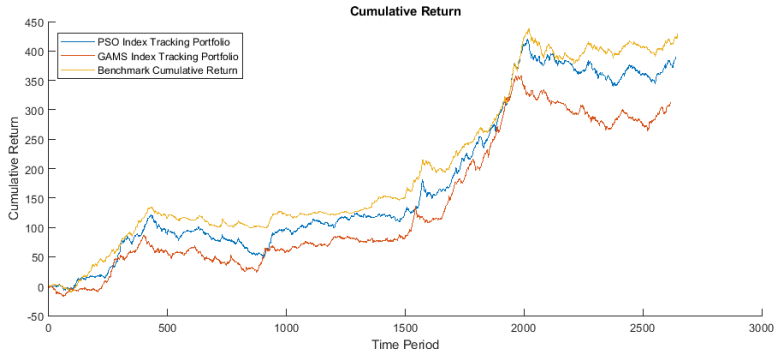
با این حال، شکل ۳ بازده تجمعی سه پورتفولیو را نشان می‌دهد. از این شکل مشاهده می‌شود که بازده تجمعی سه پورتفولیو در طول زمان تفاوت‌های چشمگیری با یکدیگر نشان می‌دهند، اما به دلیل این که رتبه‌بندی سه پورتفولیو در طول زمان تغییر می‌کند، نمی‌توان این اثر معنادار را در کل دوره زمانی تشخیص داد. نکته قابل توجه این است که در عموم مواقع بازده تجمعی حاصل از الگوریتم PSO بالاتر از GAMS قرار دارد.

جدول ۸: آماره‌های توصیفی برای بازده روزانه حاصل از سه پورتفولیو (با تنظیمات صندوق کارآفرین)

	شاخص معیار	PSO	GAMS
میانگین	۱۶۲.۰	۱۴۷.۰	۱۲.۰
انحراف معیار	۰۸۵.۱	۳۶۱.۱	۲۷۱.۱
میانه	۰۵۶.۰	۱۰۷.۰	۱۱۷.۰
نسبت شارپ	۰۸۳.۰	۰۵۵.۰	۰۳۸.۰

جدول ۹: نتایج آزمون تی-زوجی برای بررسی وجود تفاوت معنادار میان هر دو زوج از سه پورتفولیو (کارآفرین)

	p-value	حد پایین فاصله اطمینان	حد بالای فاصله اطمینان	T-Stat
PSO-Benchmark	۶۶۹۷۷۰۶۳۱.۰	۰۷۴۷۶۶۴۳۳.۰-	۰۴۸۰۵۱۹۹۷.۰	۴۲۶۵۱۰۵۷۶.۰-
PSO-GAMS	۴۹۷۹۹۸۲۰۷.۰	۰۴۶۰۶۵۵۵۵.۰-	۰۹۴۷۲۸۱۹۱.۰	۶۷۷۷۳۷۳۳۷.۰
GAMS-Benchmark	۲۴۰۳۹۴۳۷۸.۰	۱۰۰۷۶۱۵۵۱.۰-	۰۲۵۲۸۰۹۵۴.۰	۱۷۴۲۶۸۶۱.۱-



شکل ۳: بازده تجمعی سه پورتفولیو با تنظیمات صندوق کارآفرین

بررسی مدل با توجه به پارامترهای صندوق کاردان

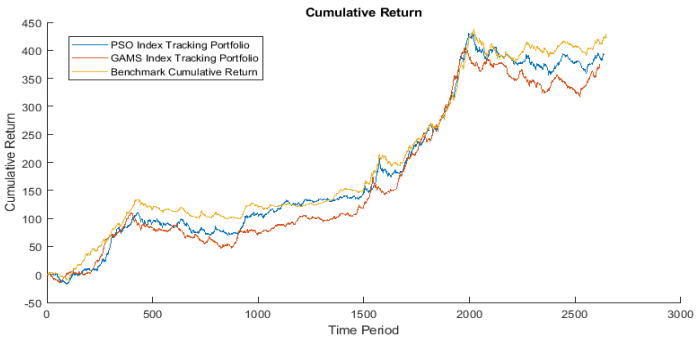
در این بخش به بررسی تفاوت عملکرد پورتفوهای تشکیل شده از طریق الگوریتم PSO، GAMS، و شاخص معیار صندوق کاردان می‌پردازیم. جدول ۱۰ آماره‌های توصیفی برای بازده روزانه حاصل از این سه پورتفولیو را نشان می‌دهد. جدول ۱۱ نتایج آزمون تی-زوجی را برای بررسی وجود تفاوت معنادار میان هر دو زوج از سه پورتفولیو مورد بررسی نشان می‌دهد. نتایج این جدول نشان می‌دهد که در کل دوره زمانی مورد بررسی، تفاوت معناداری بین بازده روزانه هیچ یک از ترکیبات پورتفولیوها وجود ندارد (زیرا p-value برای همه آزمون‌ها بزرگتر از ۰.۰۵ است). با این حال، شکل ۳ بازده تجمعی سه پورتفولیو را نشان می‌دهد. از این شکل مشاهده می‌شود که بازده تجمعی سه پورتفولیو در طول زمان تفاوت‌های چشمگیری با یکدیگر نشان می‌دهند، اما به دلیل این که رتبه‌بندی سه پورتفولیو در طول زمان تغییر می‌کند، نمی‌توان این اثر معنادار را در کل دوره زمانی تشخیص داد. نکته قابل توجه این است که در عموم مواقع بازده تجمعی حاصل از الگوریتم PSO بالاتر از GAMS قرار دارد.

جدول ۱۰: آماره‌های توصیفی برای بازده روزانه حاصل از سه پورتفولیو (با تنظیمات صندوق کاردان)

	شاخص معیار	PSO	GAMS
میانگین	۱۶۲.۰	۱۴۹.۰	۱۴۴.۰
انحراف معیار	۰۸۵.۱	۳۵۲.۱	۲۲.۱
میانه	۰۵۶.۰	۱۱۱.۰	۱۲.۰
نسبت شارپ	۰۸۳.۰	۰۵۷.۰	۰۵۹.۰

جدول ۱۱: نتایج آزمون تی-زوجی برای بررسی وجود تفاوت معنادار میان هر دو زوج از سه پورتفولیو (کاردان)

	p-value	حد پایین فاصله اطمینان	حد بالای فاصله اطمینان	T-Stat
PSO-Benchmark	۶۹۴۶۰۸.۰	۰۷۲۳.۰-	۰۴۸۱۷۷.۰	۳۹۲۶۵.۰-
PSO-GAMS	۹۱۵۴۷۷.۰	۰۶۵۴۵.۰-	۰۷۲۹۴.۰	۱۰۶۱۴۳.۰
GAMS-Benchmark	۶۶۳۵۴.۰	۰۷۵۰۹.۰-	۰۴۷۸۱۸.۰	۴۳۵۰۸.۰-



شکل ۴: بازده تجمعی سه پورتفولیو با تنظیمات صندوق کاردان

بررسی مدل با توجه به پارامترهای صندوق مفید

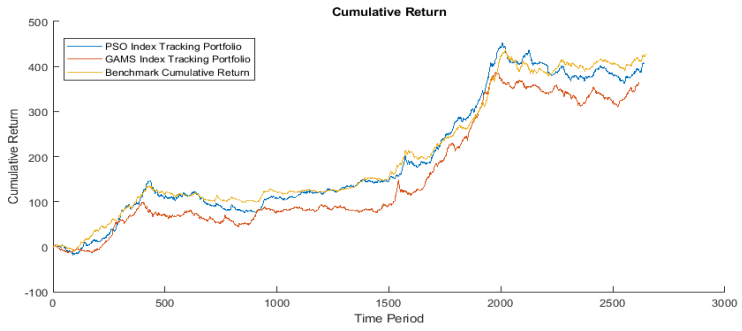
در این بخش به بررسی تفاوت عملکرد پورتفوهای تشکیل شده از طریق الگوریتم PSO، GAMS، و شاخص معیار صندوق مفید می‌پردازیم. جدول ۱۲ آماره‌های توصیفی برای بازده روزانه حاصل از این سه پورتفولیو را نشان می‌دهد. جدول ۱۳ نتایج آزمون تی-زوجی را برای بررسی وجود تفاوت معنادار میان هر دو زوج از سه پورتفولیو مورد بررسی نشان می‌دهد. نتایج این جدول نشان می‌دهد که در کل دوره زمانی مورد بررسی، تفاوت معناداری بین بازده روزانه هیچ یک از ترکیبات پورتفولیوها وجود ندارد (زیرا p-value برای همه آزمون‌ها بزرگتر از ۰.۰۵ است). با این حال، شکل ۵ بازده تجمعی سه پورتفولیو را نشان می‌دهد. از این شکل مشاهده می‌شود که بازده تجمعی سه پورتفولیو در طول زمان تفاوت‌های چشمگیری با یکدیگر نشان می‌دهند، اما به دلیل این که رتبه‌بندی سه پورتفولیو در طول زمان تغییر می‌کند، نمی‌توان این اثر معنادار را در کل دوره زمانی تشخیص داد. نکته قابل توجه این است که در عموم مواقع بازده تجمعی حاصل از الگوریتم PSO بالاتر از GAMS قرار دارد.

جدول ۱۲: آماره‌های توصیفی برای بازده روزانه حاصل از سه پورتفولیو (با تنظیمات صندوق مفید)

	شاخص معیار	PSO	GAMS
میانگین	۱۶۲.۰	۱۵۴.۰	۱۴.۰
انحراف معیار	۰۸۵.۱	۳۹۹.۱	۲۵۷.۱
میانه	۰۵۶.۰	۱۰۱.۰	۱۱۷.۰
نسبت شارپ	۰۸۳.۰	۰۵۸۶.۰	۰۵۴.۰

جدول ۱۳: نتایج آزمون تی-زوجی برای بررسی وجود تفاوت معنادار میان هر دو زوج از سه پورتفولیو (مفید)

	p-value	حد پایین فاصله اطمینان	حد بالای فاصله اطمینان	T-Stat
PSO-Benchmark	۸۴۸۴۴۲.۰	۰۶۸۶۳.۰-	۰۵۶۴۴۲.۰	۱۹۱۱۳.۰-
PSO-GAMS	۷۸۲۹.۰	۰۶۱۱۶.۰-	۰۸۱۱۶۴.۰	۲۷۵۵۷.۰
GAMS-Benchmark	۵۸۵۶۴۲.۰	۰۷۹۴۳.۰-	۰۴۴۸۶۷.۰	۵۴۵۲۳.۰-



شکل ۵: بازده تجمعی سه پورتفولیو با تنظیمات صندوق مفید

جدول ۱۴ مقایسه عملکرد دو الگوریتم مبتنی بر PSO و GAMS را از لحاظ معیارهای نرخ برتری بازده، بیشترین زیان و انحراف معیار بازده نشان می‌دهد. در این مقایسه، PSO نسبت به GAMS در نرخ برتری بازده عملکرد بهتری داشته است، به‌ویژه در معیار "کاردان" و " کارآفرین" که بیشتر از ۹۰ درصد اوقات بازده PSO از GAMS بهتر بوده است. با این حال، بیشترین زیان PSO در مقایسه با GAMS در برخی صندوق‌ها (مانند "مفید" و "آشنا") کمتر بوده و در برخی دیگر (مانند "کارآفرین") بیشتر است. این تفاوت‌ها نشان می‌دهند که PSO نسبت به GAMS در اکثر معیارها بازدهی بهتری دارد، اما در برخی شرایط زیان بیشتری را دارد. همچنین، انحراف معیار بازده برای PSO در بیشتر صندوق‌ها کمتر است، که به ثبات بیشتر در بازده اشاره دارد.

جدول ۱۴: نتایج آزمون تی-زوجی برای بررسی وجود تفاوت معنادار میان هر دو زوج از سه پورتفولیو (مفید)

معیار	مفید	آشنا	کاردان	کارآفرین	فیروزه
نرخ برتری بازده PSO نسبت به GAMS	0.97	0.86	0.93	0.999	0.77
بیشترین زیان PSO	-31.50	-3.25	-32.74	-19.848	-13.95
بیشترین زیان GAMS	-69.78	-6.46	-12.24	-4.281	-2.37
انحراف معیار بازده PSO	1.15	1.24	2.92	0.145	0.48
انحراف معیار بازده GAMS	1.37	3.46	3.46	0.165	0.59

۵- نتیجه‌گیری و بحث

در این پژوهش تلاش شد تا به دو سوال در خصوص عملکرد روش‌های حل دقیق و الگوریتم فراابتکاری PSO برای حل مسئله مدلسازی پرتفوی بهبود یافته ردیاب شاخص با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی چندجمله‌ای و بر اساس ملاحظات صندوق‌های شاخصی کشور پاسخ داده شود. با توجه به یافته‌های گزارش شده در مورد مقایسه عملکرد پورتفوهای سرمایه‌گذاری تشکیل شده از طریق الگوریتم PSO، GAMS و شاخص‌های معیار صندوق‌های مختلف، می‌توان چند نتیجه‌گیری کلی انجام داد. اولاً، هر کدام از رویکردها در زمینه‌های خاصی نقاط قوت منحصر به فردی دارند، با این حال، با توجه به نتایج آماری و بازدهی تجمعی، نمی‌توان اختلاف معناداری را در عملکرد طی کل دوره زمانی مورد بررسی شناسایی کرد. این امر می‌تواند بیانگر آن باشد که استفاده از هر یک از این روش‌ها می‌تواند در شرایط و پیش‌فرض‌های خاصی مناسب باشد. به علاوه، این امر نشان می‌دهد که عملکرد هر دو رویکرد حل PSO و حل دقیق با استفاده از GAMS توانسته‌اند امر ردیابی شاخص را به خوبی انجام دهند. این نتیجه با یافته‌های برخی پژوهش‌ها مانند بوگر و اوزوکی[1] (۲۰۰۹) همخوانی دارد.

از آنجایی که شاخص معیار صندوق در برخی موارد بالاترین میانگین بازده روزانه و کمترین انحراف معیار را ارائه داده و نسبت شارپ بالاتری نسبت به دیگر روش‌ها داشته، می‌توان استنباط کرد که این شاخص به طور کلی یک استراتژی سرمایه‌گذاری پایدار با ریسک نسبتاً کمتر ارائه می‌دهد و نزدیک‌تر شدن هرچه بیشتر به این شاخص

[1] Bugár & Uzsoki

(ردیابی شاخص دقیق‌تر) مطلوب است. این امر ممکن است برای سرمایه‌گذارانی که دنبال استراتژی‌های محافظه‌کارانه تر هستند جذاب باشد. این یافته با یافته‌های مارینگر و اویومی[1] (۲۰۰۷) همخوانی دارد.

با این حال، عملکرد نسبتاً بهتر الگوریتم PSO از نظر بازده تجمعی در بسیاری از مواقع نشان می‌دهد که این الگوریتم می‌تواند در شرایط خاص یک انتخاب مناسب برای بهینه‌سازی بازده پورتفو باشد، به ویژه زمانی که سرمایه‌گذار به دنبال بازده‌های بالاتری، حتی با پذیرش ریسک‌های بیشتر، است.

نکته قابل توجه دیگری که از این تحلیل برمی‌آید، نزدیکی عملکرد سه روش در شرایط مختلف است که نشان‌دهنده قابلیت‌های هر سه روش در تطابق با بازار و بازده معیار است. با اینکه تفاوت‌های معنادار در عملکرد آماری و تجمعی بازده در طول زمان قابل تشخیص نبوده، تغییر پویای رتبه‌بندی‌ها بین روش‌ها در طول زمان نیاز به تحلیل عمیق‌تری دارد تا درک بهتری از شرایط و پارامترهای مناسب برای به‌کارگیری هر یک از رویکردها به دست آید.

در نتیجه، انتخاب بهترین استراتژی سرمایه‌گذاری بستگی به اهداف سرمایه‌گذار، ترجیحات ریسک، و شرایط بازار دارد. بهره‌گیری از مدل‌های مبتنی بر داده و الگوریتم‌های بهینه‌سازی مانند PSO و GAMS می‌تواند در شناسایی فرصت‌های سرمایه‌گذاری ارزشمند کمک کند، ولی درک و تجزیه و تحلیل دقیق محیط سرمایه‌گذاری و همچنین فرضیات پشت هر مدل به طور قابل توجهی در به حداکثر رساندن بازده و کاهش ریسک نقش دارد.

با وجود یافته‌ها و نتایج تحلیل شده در این مطالعه، سه محدودیت در تحقیق حاضر جود دارد که متناظر با هریک می‌توان به صورت زیر جهت تحقیقات آتی را انتخاب نمود:

- **محدودیت در استفاده از الگوریتم‌های متفاوت و پیشرفته**: با توجه به نتایج به دست آمده از استفاده از الگوریتم PSO و GAMS در مقایسه با شاخص‌های معیار سنتی، مشخص شد که تکنیک‌های پیشرفته مدلسازی می‌توانند در ردیابی شاخص موثر باشند. تحقیقات آینده می‌توانند به بررسی دیگر الگوریتم‌های هوش مصنوعی مانند شبکه‌های عصبی عمیق، یادگیری تقویتی، و الگوریتم‌های ژنتیک برای بهینه‌سازی پورتفو و مقایسه عملکرد آنها با الگوریتم‌های مورد بررسی در این مطالعه بپردازند.

- **محدودیت در تحلیل تاثیر عوامل برون‌زا بر روی پورتفوهای سرمایه‌گذاری تحت مدیریت الگوریتم‌ها**: عوامل برون‌زا مانند تغییرات سیاسی، اقتصادی، و اجتماعی می‌توانند تاثیر قابل توجهی بر بازارهای مالی و عملکرد پورتفوهای سرمایه‌گذاری داشته باشند. تحقیقات آتی می‌تواند شامل تجزیه و تحلیل چگونگی پاسخ الگوریتم‌ها و مدل‌های سرمایه‌گذاری به این نوع تغییرات و بهینه‌سازی استراتژی‌ها برای کاهش تاثیر منفی و بهره‌برداری از فرصت‌های ایجاد شده توسط آن باشد.

- **محدودیت در الگوریتم‌های بهینه‌سازی:** استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری می‌تواند به بهبود عملکرد پورتفولیو در زمینه‌هایی مانند بهینه‌سازی بازده، کاهش ریسک و افزایش کارایی کلی منجر شود. این الگوریتم‌ها، به دلیل توانایی جستجوی گسترده و اجتناب از گیر افتادن در بهینه‌های محلی، می‌توانند ترکیب بهتری از دارایی‌ها

[1] Maringer & Oyewumi

را در پورتفولیو ایجاد کنند. الگوریتم‌های فراابتکاری دیگر همچون الگوریتم بهینه‌سازی وال (WOA1) و جستجوی فاخته (CS2) از روش‌های تصادفی و مبتنی بر جمعیت برای یافتن راه‌حل‌های بهینه بهره می‌برند که باعث می‌شود کارایی آنها نسبت به روش‌های سنتی بیشتر باشد. علاوه بر این، الگوریتم‌های فراابتکاری می‌توانند با تنظیم دقیق پارامترهای پورتفولیو و سازگاری با شرایط متغیر بازار، انعطاف‌پذیری بیشتری ایجاد کنند. استفاده از این روش‌ها در مدیریت پورتفولیو همچنین می‌تواند زمان محاسباتی را کاهش داده و امکان پردازش داده‌های بزرگ‌تر و پیچیده‌تر را فراهم کند. به‌طور کلی، این الگوریتم‌ها به مدیران پورتفولیو اجازه می‌دهند تا تصمیمات سرمایه‌گذاری بهتری اتخاذ کنند و با انطباق بیشتر با نوسانات و عدم قطعیت‌های بازار، عملکرد بهتری را در دوره‌های زمانی مختلف ارائه دهند.

فهرست منابع

آزادی، امیر، و نجفی، امیرعباس. (۱۳۹۹). مدل بهبودیافته ردیابی شاخص با درنظر گرفتن هزینه های معاملاتی. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار (مدیریت پرتفوی)، ۱۱(۴۲)، ۲۳-۴۳. SID. https://sid.ir/paper/۳۶۷۲۷۱fa/

امیری مقصود ؛ کرمی شایان و ناصرپور. (۱۳۹۵). ردیابی شاخص بورس اوراق بهادار با در نظر گرفتن محدودیت زیان گریزی با استفاده از رویکرد جدید بیگ بنگ بیگ کرانچ. دانش سرمایه‌گذاری، ۵(۱۹): ۸۳-۱۰۶.

انصاری حجت اله؛ بهزادی عادل و تندنویس فرید. (۱۳۹۸). ردیابی شاخص بهبودیافته دو مرحله ای با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری. راهبرد مدیریت مالی، ۷(۴): ۱-۲۲.

تندنویس, فرید, و حکیمیان، حسن. (۲۰۲۰). کاربرد الگوریتم پیچش زمانی پویا و ضرایب همبستگی در خوشه‌بندی سری‌های زمانی به منظور تشکیل پرتفوی مبتنی بر شاخص. دانش سرمایه‌گذاری, ۹(۳۵), ۱۸۹-۲۰۵.

عبدلی قهرمان، زیرک معصومه، اتحادی مجید. (۱۴۰۲)؛ مدل پیشنهادی پرتفوی دارایی های با درآمد ثابت برای سرمایه گذاری در بورس ایران. نظریه های اقتصاد مالی; ۸ (۱) :۱۴-۴۲

عیوضلو، رضا، فلاح پور، سعید و دهقانی اشکذری، مهدی. (۱۴۰۰). ردیابی شاخص با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک شرطی ترکیبی دو دنباله‌ای در بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*, ۲۳(۴), ۵۴۵-۵۶۳. doi: ۱۰۰۶۹۲۷.۲۸۹۳۴۴.۲۰۲۰/frj.۲۲۰۵۹.۱۰

کاویانی، میثم و فخرحسینی، سیدفخرالدین. (۱۴۰۲). تبیین کارایی قیمت گذاری صندوق های قابل معامله در بورس (ETF) تهران از منظر عملکرد، خطای ردیابی و صرف قیمتی. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. مقاله آماده انتشار

[1] Whale Optimization Algorithm
[2] Cuckoo Seach

نبی زاده، احمد؛ قره باغی، هادی و بهزادی، عادل. (۱۳۹۶). بهینه سازی پرتفوی ردیابی شاخص بر اساس بتای نامطلوب مبتنی بر الگوریتم های تکاملی. تحقیقات مالی، ۱۹(۲): ۳۴۰-۳۱۹.

نجفی, امیرعباس, و خراسانی, صبا. (۲۰۱۷). توسعه یک مدل چند هدفه برای بهینه سازی سبد ردیاب شاخص با درنظرگیری بتا، ریسک غیرسیستماتیک و خطای ردیابی. دانش سرمایه‌گذاری, ۶(۲۱), ۱۱۳-۱۲۸.

نجفی، امیرعباس و سبزوار فاضلی. (۱۳۹۳). مدل دو هدفه بازنگری سبد ردیاب شاخص با لحاظ هزینه های معاملاتی و حل آن با الگوریتم های فرا ابتکاری. دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، ۷(۲۴): ۷۹-۹۵.

Affolter, K., Hanne, T., Schweizer, D., & Dornberger, R. (2016). Invasive weed optimization for solving index tracking problems. Soft Computing, ۲۰, ۳۳۹۳-۳۴۰۱.

Bruni, R., Cesarone, F., Scozzari, A., & Tardella, F. (2015). A linear risk-return model for enhanced indexation in portfolio optimization. OR spectrum, 37(3), 735-759.

Bugár, G., & Uzsoki, M. (2009). A longitudinal study on Portfolio Optimization: Is the "Success" Time Dependent?. In Proceedings (CD) of the 19th AFIR Colloquium, September (pp. 9-11).

Caporin, M., Jannin, G. M., Lisi, F., & Maillet, B. B. (2014). A survey on the four families of performance measures. Journal of Economic Surveys, 28(5), 917-942.

Deckro, R. F., & Hebert, J. E. (1988). Polynomial goal programming: A procedure for modeling preference trade-offs. Journal of Operations Management, 7(3-4), 149-164.

di Tollo, G., Stützle, T., & Birattari, M. (2014). A metaheuristic multi-criteria optimisation approach to portfolio selection. Journal of Applied Operational Research, 6(4), 222-242.

Filippi, C., Guastaroba, G., & Speranza, M. G. (2016). A heuristic framework for the bi-objective enhanced index tracking problem. Omega, 65, 122-137.

French, K. R. (2008). Presidential address: The cost of active investing. The Journal of Finance, 63(4), 1537-1573.

Gnägi, M., & Strub, O. (2020). Tracking and outperforming large stock-market indices. Omega, 90, 101999.

Huang, X., Zhang, Z., & Zhao, Z. (2021, October). Multi-Period portfolio optimization for index tracking in finance. In 2021 55th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers (pp. 1383-1387). IEEE.

Israelsen, C. (2005). A refinement to the Sharpe ratio and information ratio. Journal of asset management, 5, 423-427.

Kaucic, M., Barbini, F., & Camerota Verdù, F. J. (2020). Polynomial goal programming and particle swarm optimization for enhanced indexation. Soft Computing, 24(12), 8535-8551.

Kwak, Y., Song, J., & Lee, H. (2021). Neural network with fixed noise for index-tracking portfolio optimization. Expert Systems with Applications, 183, 115298.

Li, B., & Lu, Z. (2023). Uncertain random enhanced index tracking for portfolio selection with parameter estimation and hypothesis test. Chaos, Solitons & Fractals, 168, 113125.

Li, Q., Sun, L., & Bao, L. (2011). Enhanced index tracking based on multi-objective immune algorithm. Expert Systems with Applications, 38(5), 6101-6106.

Maringer, D., & Oyewumi, O. (2007). Index tracking with constrained portfolios. Intelligent Systems in Accounting, Finance & Management: International Journal, 15(1-2), 57-71.

Mehrani, K., Mirshahvalad, A., & Abbasi, E. (2019). Comparison of the accuracy of black hole algorithms and gravitational research and the hybrid method in portfolio optimization. International Journal of Finance & Managerial Accounting, 4(14), 111–126.

Mehrani, K., Mirshahvalad, A., & Abbasi, E. (2019). Portfolio optimization using black hole meta-heuristic algorithm. Specialty Journal of Accounting and Economics, 5(2), 1–13

Mezali H & Beasley John E. (2014). Index tracking with fixed and variable transaction costs. Optimization Letters ،8(1): 61–80.

Proelss, J., & Schweizer, D. (2014). Polynomial goal programming and the implicit higher moment preferences of US institutional investors in hedge funds. Financial Markets and Portfolio Management, 28, 1-28.

Renshaw, E. F., & Feldstein, P. J. (1960). The case for an unmanaged investment company. Financial Analysts Journal, 16(1), 43-46.

Rong, R. (2024). CAPM Model and Optimal Risky Portfolio for American Stock Market.

Rubio-García, Á., Fernández-Lorenzo, S., García-Ripoll, J. J., & Porras, D. (2024). Accurate solution of the Index Tracking problem with a hybrid simulated annealing algorithm. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 129637.

Salso, M. (2023). Methods and models for index tracking optimization (Doctoral dissertation, Politecnico di Torino).

Sharma, A., Agrawal, S., & Mehra, A. (2017). Enhanced indexing for risk averse investors using relaxed second order stochastic dominance. Optimization and Engineering, 18(2), 407-442.

Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. The Journal of business, 39(1), 119-138.

Takeda, A., Niranjan, M., Gotoh, J. Y., & Kawahara, Y. (2013). Simultaneous pursuit of out-of-sample performance and sparsity in index tracking portfolios. Computational Management Science, 10, 21-49.

Wang, D., Tan, D., & Liu, L. (2018). Particle swarm optimization algorithm: an overview. Soft computing, ٢٢, ٣٨٧-٤٠٨.

Yu, L. (٢٠٢٣). A Dynamic Asset Allocation Strategy with Macroeconomic Indicators.

Yuen, M. C., Ng, S. C., Leung, M. F., & Che, H. (٢٠٢٢). A metaheuristic-based framework for index tracking with practical constraints. Complex & Intelligent Systems, ٨(٦), ٤٥٧١-٤٥٨٦.

Financial Economics
Vol. (15) Issue (58) Summer 2025

Improved index tracking portfolio modeling using polynomial goal programming and based on the Iranian index funds' considerations

Shahabodin Adibmehr
PhD Candidate Of Financial Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

Rahmatollah Mohammadipour
Associate Professor Of Accounting Department, Ilam Branch, Islamic Azad University, Ilam, Iran
(Corresponding Author)
Rm.accounting2@yahoo.com

Ghodratollah Talebnia
Associate Professor Of Accounting Department, Science and Research Branch, Islamic Azad University,Tehran, Iran

Hamidreza Kordloui
Associate Professor Of Accounting And Management department, Islamshahr Branch, Islamic Azad University, Islamshahr, Iran

Abstract
The aim of the current research is to model the improved index tracking portfolio using polynomial goal programming and based on the index fund considerations. This research uses a goal programming model for index tracking, which is solved using both PSO methods (implemented in MATLAB) and exact methods through GAMS for Tehran Stock Exchange Funds. This study evaluates the performance of investment portfolios constructed through particle swarm optimization (PSO), exact solution using GAMS, and various fund benchmark indices. Studies have been conducted based on the characteristics of 5 index funds of the country and using data from 2012 to 2023. Although each method shows unique strengths, no significant difference has been observed in the daily returns of the three portfolios obtained from the three methods over the entire time period, which reveals good index tracking performance of PSO and GAMS. Meanwhile, PSO has shown the potential for higher returns under certain conditions, indicating its suitability for risk-tolerant investors seeking higher returns.
Keywords: improved index tracking, goal programming, meta-heuristic algorithms