فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری
دوره ۱۶ / شماره ٤ (پیاپی ٦٤) / زمستان ۱٤۰۶
صفحه ۰۱ تا ۱۶

پرتفوی سرمایه‌گذاری بر پایه ارزش در معرض ریسک (VaR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) با تاکید بر نقش توزیع بازده

حسینعلی حیدرزاده
دانشجوی دکتری ،گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی،تهران،ایران
heydarzadeh56@gmail.com
فریدون رهنمای رود پشتی
استاد گروه حسابداری و مالی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران(نویسنده مسئول)
Roodposhti.rahnama@gmail.com
علیرضا رشیدی کمیجان
دانشیار، گروه مهندسی صنایع، واحد فیروزکوه، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروزکوه، ایران
rashidi@azad.ac.ir
سید اسماعیل نجفی
دانشیار، گروه مهندسی صنایع، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
najafi1515@yahoo.com
تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۰/۱۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۱/۱۹

چکیده
در این مطالعه عملکرد پرتفوی VaR و CvaR بر پایه توزیع‌های احتمال بازده مورد مقایسه قرار گرفت. برای این منظور از بازده سهام ۲۸ نماد فعال گروه محصولات شیمیایی بورس اوراق بهادار تهران طی دوره فروردین ۱۳۹۸ تا مرداد ۱۴۰۲ استفاده شد. نتایج بر پایه حل دستگاه‌های برنامه ریزی خطی با الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، نشان داد که تشکیل پرتفوی بر پایه ارزش در معرض ریسک/شرطی منجر به عملکرد (نسبت بازده به ریسک) بالاتر در مقایسه با روش مینیمم واریانس می‌شود. تفکیک نتایج عملکرد پرتفوی بر اساس توزیع احتمالی بازده سهام نشان داد که ارزش در معرض ریسک/شرطی بر پایه توزیع تجربی داده‌ها و در سطوح اطمینان ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصد، عملکرد مطلوب‌تری را فراهم می‌کند و نسبت بازده به ریسک پرتفوی برای پرتفوی حاصل از توزیع تجربی داده‌ها بالاتر است. صرفنظر از مطلوبیت روش VaR و CvaR در تشکیل پرتفوی نسبت به پرتفوی‌های مینیمم واریانس، محاسبه توزیع بازده بر پایه توزیع تجربی، مورد مطلوب در بازار سرمایه ایران است.
واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض ریسک، پرتفوی، توزیع بازده.

۱- مقدمه

مارکوویتز[1] (۱۹۵۲) اولین محققی بود که یک چارچوب کمی برای انتخاب پورتفوی ایجاد کرد. این مدل ترکیبی از دارایی‌های سرمایه‌گذاری را به گونه‌ای تعیین می‌کند که ریسک به حداقل رسیده و بازده مورد نظر حاصل شود (لمب و تی[2]، ۲۰۱۲). پس از معرفی این مدل، بسیاری از محققان این مدل را توسعه دادند و مدل‌های دیگری را ارائه کردند. اما باید توجه داشت که مدل مارکوویتز زمانی قابل استفاده است که تعداد دارایی‌ها و محدودیت‌های بازار کم باشد. اما وقتی شرایط واقعی بازار در نظر گرفته شود، عملکرد این مدل چندان مطلوب نیست (برنی[3] و همکاران، ۲۰۱۹). از سوی دیگر، مدل پایه میانگین-واریانس، تنها واریانس بازده را به عنوان معیاری برای ریسک سرمایه‌گذاری در نظر می‌گیرد. سرمایه‌گذاران علاقه‌مند هستند که حداکثر زیان خود را در یک سرمایه‌گذاری مشخص کنند، تا بتوانند با اطمینان بیشتری در بازار سرمایه‌گذاری کنند. از این رو، تکیه بر واریانس بازده به عنوان معیاری برای ریسک سرمایه‌گذاری کافی نیست (ژو[4] و همکاران، ۲۰۲۱). بنابراین معیارهای ریسک نامطلوب مانند ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی توجه محققان را به خود جلب کرده است (چیزاک و نیلسن[5]، ۲۰۱۹). مدل ارزش در معرض ریسک شرطی یک مدل میانگین-واریانس توسعه‌یافته‌تر است و معیار ریسک مورد استفاده در این مدل حداکثر مقدار زیان یک سرمایه‌گذاری است (یین و گائو[6]، ۲۰۱۹).

از آنجا که محاسبه هریک از معیارهای ریسک فوق، نیاز به پیش‌فرض توزیعی بازده دارد، توزیع حاکم بر بازده سهام شرکت‌ها نقش اساسی در نتایج این تحلیل ایفا می‌کند (ژانگ و چن[7]، ۲۰۱۸). مطالعات متعددی در همین راستا، به بررسی توزیع بازده سهام در بازارهای مالی پرداخته‌اند و نتایج آنها به طور غالب نشان می‌دهد که فرض نرمال بودن توزیع بازده، تنها در بازارهای کارا می‌تواند مورد انتظار باشد (ژیائو[8] و همکاران، ۲۰۲۱)، در حالی که در بازارهای کمتر کارا، مثل بورس اوراق بهادار تهران که تحت تأثیر نویزهای خارجی مانند تصمیمات سیاسی، شرایط اقتصاد کلان و ... قرار دارد، نرمال بودن توزیع بازده، انتظار زیادی است. بر همین اساس، در این تحقیق، علاوه بر تعریف معیار ریسک پرتفوی بر پایه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی، بر تنوع توزیع بازده نیز تمرکز شده و توزیع‌های نرمال، کوشی و توزیع تجربی بازده مورد توجه قرار گرفته‌اند.

چارچوب نظری و پیشینه پژوهش

استفاده از ارزش در معرض ریسک برای تشکیل پرتفوی یک کاربرد نسبتاً جدید در مقابل استفاده از آن برای اهداف اندازه‌گیری ریسک است (لیو و یین[9]، ۲۰۱۸). یکی از دلایل آن این است که ارزش در معرض ریسک،

[1] Markowitz
[2] Lamb and Tee
[3] Burney
[4] Zhou
[5] Chyzak and Nielsen
[6] Yin and Gao
[7] Zhang and Chen
[8] Xiao
[9] Liu and Yin

بدترین حالت ممکن ضرر را بر پایه اطلاعات تاریخی و گذشته سهام موجود در پرتفوی ارائه می‌دهد و شاید بتوان این معیار را محافظه کارانه‌ترین استراتژی برای سرمایه‌گذاران دانست (ژانگ[1]، ۲۰۲۰). اگرچه بهینه‌سازی ارزش در معرض ریسک ذاتاً دشوارتر از بهینه‌سازی واریانس است و الگوریتم‌های کارآمد برای این مشکل وجود ندارد (کاجیک[2]، ۲۰۱۹). مسئله بهینه‌سازی ارزش در معرض ریسک غیر محدب است و ممکن است حداقل‌های محلی زیادی را نشان دهد و رشد نمایی در پیچیدگی محاسباتی را نشان می‌دهد (لی[3] و همکاران، ۲۰۱۹). با این حال، الگوریتم‌های فراابتکاری در حل مسائل مربوط به ارزش در معرض ریسک به عنوان یک ابزار کارآمد شناخته شده‌اند. از آنجا که روش‌های متعددی در بهینه‌سازی پرتفوی طرح شده و نتایج متفاوتی در خصوص عملکرد هر روش بدست آمده، هنوز فضای مطالعه بر روی روش‌های مطلوب‌تر بهینه‌سازی پرتفوی وجود دارد (باترانسیا[4]، ۲۰۲۱)، اما در مطالعات انجام شده اتفاق نظری بر روی توزیع حاکم بر بازده سهام وجود ندارد. اگرچه بسیاری از مطالعات توزیع نرمال را به عنوان توزیع بازده در نظر می‌گیرند (ژو[5] و همکاران، ۲۰۲۱)، اما شواهدی نیز وجود دارد که فرض نرمال بودن توزیع بازده را به خصوص در بازارهای کمتر کارا تأیید نمی‌کند. این در حالی است که در بسیاری از روش‌های بهینه‌سازی پرتفوی، فرض نرمال بودن توزیع بازده وجود دارد (استراب[6] و همکاران، ۲۰۱۹).

از جمله مطالعات انجام شده در این حوزه می‌توان به مطالعه خادم پور آرانی و همکاران (۱۴۰۱) اشاره کرد که نتایج تحقیق آنان نشان داده که وزن بهینه گروه‌هایی که واریانس کمتری دارند در سبد بهینه سهام بیشتر است. فلاح شمس و صادقی (۱۴۰۰) نیز نشان داده‌اند که کارآمدی و قابل اطمینان بودن شبیه‌سازی مونت کارلو توسط کاپولای تی استیودنت در مقابل توزیع نرمال چند متغیره بیشتر است. این نتایج، دلالت بر این دارد که فرض نرمال بودن توزیع در محاسبه ارزش در معرض ریسک شرطی، با تردید مواجه بوده است. فلاح پور و همکاران (۱۳۹۸) نیز با ارائه مدلی جهت بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از ارزش در معرض ریسک شرطی نشان می‌دهند که در نظر گرفتن قید ریسک کل پرتفوی بر اساس ارزش در معرض ریسک شرطی موجب کارایی بهتر در بهینه‌سازی سبد سهام می‌گردد. بابالویان و چگینی (۱۳۹۴) نیز به این نتیجه رسیده‌اند که استفاده از روش میانگین-واریانس مورد تردید است.

همچنین، گابریلی[7] و همکاران (۲۰۲۲) با استفاده از CVaR به عنوان معیار ریسک نشان دادند که ریسک قرارداد خرید با تشکیل یک سبد کاهش می‌یابد. بودنار[8] و همکاران (۲۰۲۲) نیز مسئله بهینه‌سازی پورتفوی را از دیدگاه بیزی و معیارهای VaR و CVaR بررسی کردند. نتایج آنها نشان داده که رویکرد بیزی بهتر از سایر روش‌ها در پیش‌بینی VaR کار می‌کند و پرتفوی‌های بهینه به‌دست‌آمده با استفاده از رویکرد بیزی کارآ هستند. بناتی و

[1] Zhang
[2] Kaucic
[3] Li
[4] Batrancea
[5] Zhou
[6] Strub
[7] Gabrielli
[8] Bodnar

کوند[1] (۲۰۲۱) در مطالعه‌ای نشان دادند که با تابع هدف حداکثر پشیمانی متوسط بازده و معیار ریسک CVaR به عنوان محدودیت، عملکرد مطلوب‌تری نسبت به روش سنتی میانگین-CvaR ایجاد می‌شود. آلجینوویچ[2] و همکاران (۲۰۲۱) با در نظر گرفتن معیارهای بازار سرمایه، انحراف استاندارد، VaR، CVaR و بازده روزانه یک سبد سرمایه‌گذاری تشکیل دادند، سپس مدل پیشنهادی را با مدل‌های مارکوییتز، شارپ، VaR و CVaR مقایسه کردند. نتایج این تحقیق، عملکرد بهتر رویکرد مذکور را نسبت به روش‌های سنتی تشکیل پرتفوی نشان داده است.

مطابق با مرور مطالعات، در هیچ یک از مطالعات پیشین، نقش توزیع بازده به طور شفاف مورد توجه نبوده است. در حالی که شواهدی مبنی بر عدم نرمال بودن توزیع بازده‌های سهم، به خصوص در بازارهای کمتر کارا وجود دارد. از این رو در مطالعه حاضر، با تاکید بر نقش توزیع بازده سهام و اهمیت آن در برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی و در نتیجه، پرتفوی سهام، به فرضیه‌سازی در این خصوص پرداخته شده است و فرضیات تحقیق، مبتنی بر این است که توزیع تجربی بازده، همواره می‌تواند اطلاعات دقیق‌تری از نحوه تغییرات بازده و مشاهده مقادیر کرانی در آن ارائه کند.

فرضیه اول: پرتفوی حاصل از ارزش در معرض ریسک بر پایه توزیع تجربی بازده، کاراتر از پرتفوی‌های حاصل از توزیع‌های نرمال و کوشی است.

فرضیه دوم: پرتفوی حاصل از ارزش در معرض ریسک شرطی بر پایه توزیع تجربی بازده، کاراتر از پرتفوی‌های حاصل از توزیع‌های نرمال و کوشی است.

روش تحقیق

این پژوهش از نظر هدف، از دسته پژوهش‌های کاربردی به شمار می‌رود و از نظر روش، پژوهشی توصیفی مبتنی بر مدل‌های برنامه‌ریزی خطی است. داده‌های مورد نیاز از گزارش‌های انتشاریافتهٔ سازمان بورس و اوراق بهادار جمع آوری شده است. جامعه آماری این پژوهش کلیه شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران و فعال در گروه محصولات شیمیایی می‌باشند که طی سال‌های ۱۳۹۸ تا ۱۴۰۲ در بورس فعال بوده و سهام آنها مورد معامله قرار گرفته باشد. تعداد کل این نمادها برابر با ۸۳ نماد بوده است که از آن میان، نمادهای حق تقدم (۳۵ نماد) و نمادهای سرمایه‌گذاری (۴ نماد) به دلیل ماهیت متفاوت ارزش‌گذاری دارایی و سهام در آنها و همچنین نمادهایی که سهام آنها در کل دوره تحقیق مورد معامله نبوده (۱۶ نماد) از تحلیل خارج شده‌اند و در نهایت تعداد ۲۸ نماد مورد مطالعه قرار گرفته‌اند.

به منظور تشکیل پرتفوی بر پایه دو معیار ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی و با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها، به این صورت عمل شده است:

[1] Benati and Conde
[2] Aljinovic

الف) بازده پرتفوی:

اگر $\{R_i | i = 1,2, \dots, n\}$ نشان دهنده مجموعه شرکت‌های مورد سرمایه‌گذاری بالقوه در یک پرتفوی باشد، و هریک از R_iها به عنوان یک متغیر تصادفی دارای توزیع احتمال در نظر گرفته شوند، آنگاه بازده پرتفوی سرمایه‌گذاری برابر است با:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} \zeta_i R_i \; ; \; \sum_{i=1}^{n} \zeta_i = 1 \, , 0 < \zeta_i < 1 \qquad (۱)$$

در این رابطه، ζ_i معرف وزن شرکت i در پرتفوی است.

ب) تشکیل پرتفوی بر پایه ارزش در معرض ریسک (VaR):

- **محاسبه ارزش در معرض ریسک**

برای محاسبه ارزش در معرض ریسک، ابتدا یک تابع زیان تعریف می‌شود. تابع زیان در این تحقیق به پیروی از مطالعه حمدی و همکاران (۲۰۲۲) برابر با بازده منفی پرتفوی در نظر گرفته شده است. یعنی:

$$f(\zeta, \lambda) = -\sum_{i=1}^{n} \zeta_i r_i \qquad (۲)$$

بنابراین برای محاسبه تابع زیان که نشان دهنده زیان احتمالی سرمایه‌گذاری در آینده است، باید یک سناریو از بدترین وضعیت ممکن برای هر سهم تعیین گردد. در این تحقیق، بدترین سناریو برای بازده آتی هر سهم را وضعیتی در نظر گرفته شده که سهم بزرگترین بازده منفی خود را که تاکنون تجربه کرده، در طول دوره سرمایه‌گذاری تجربه نماید. بنابراین، مقدار r_i در این رابطه برابر با اندازه بزرگترین بازده منفی مشاهده شده برای سهم i در دوره قبل از ورود به سرمایه‌گذاری است که ممکن است در پایان دوره سرمایه‌گذاری نیز مشاهده شود. در تعریف ارزش در معرض ریسک، اگر $f(\zeta, \lambda)$ تابع زیان حاصل از سرمایه‌گذاری در پرتفوی با بردار اوزان ζ (پارامتر تابع زیان) و بازده آتی λ تعریف شود و $F(\zeta, \eta)$ معرف تابع توزیع تجمعی $f(\zeta, \lambda)$ در نقطه η باشد، آنگاه ارزش در معرض ریسک سرمایه‌گذاری در این پرتفوی در سطح اطمینان β برابر است با:

$$\eta_\beta(\zeta) = \min_{\eta \in \mathbb{R}} \{F(\zeta, \eta) \geq \beta\} \qquad (۳)$$

یا به بیان دیگر، ارزش در معرض ریسک $\eta_\beta(\zeta)$ برابر با اولین نقطه‌ای در تابع توزیع تجمعی احتمال تابع زیان سرمایه‌گذاری است که در شرایط زیر صدق کند:

$$F(\zeta, \eta) = P\left[f(\zeta, \lambda) \leq \eta_\beta(\zeta)\right] = \beta \qquad (۴)$$

بنابراین، داریم:

$$F(\zeta, \eta) = P\left[-\sum_{i=1}^{n} \zeta_i r_i \leq \eta_\beta(\zeta)\right] = \beta \qquad (۵)$$

- **توزیع بازده در محاسبه ارزش در معرض ریسک**

طبق رابطه (۵)، مقدار ارزش در معرض ریسک را باید بر پایه توزیع حاکم بر بازده سهام شرکت‌ها بدست آورد. در این تحقیق از ۳ توزیع نرمال، توزیع دم پهن کوشی و توزیع تجربی داده‌ها استفاده شده است. تحت فرض نرمال بودن توزیع بازده سهام شرکت‌ها، تابع زیان $f(\zeta,\lambda)$ نیز دارای توزیع نرمال خواهد بود. اگر هر بازده $\mathrm{R_i}$ دارای توزیع نرمال $N(\mu_i,\sigma_i^2)$ باشد، آنگاه تحت فرض استقلال قیمت سهام شرکت‌ها از یکدیگر، داریم:

$$f(\zeta,\lambda)=-\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\zeta_{\mathrm{i}}\mathrm{r_i}\sim N\left(-\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\zeta_{\mathrm{i}}\mu_{\mathrm{i}},\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\zeta_{\mathrm{i}}^2\sigma_i^2\right) \qquad (۶)$$

حال، اگر هر بازده $\mathrm{R_i}$ دارای توزیع کوشی $C(\mu_i,\sigma_i^2)$ باشد، آنگاه، $\zeta_{\mathrm{i}}\mathrm{R_i}\sim C\left(\zeta_{\mathrm{i}}\mu_i,\sigma_i^2|\zeta_{\mathrm{i}}|\right)$ و تحت فرض استقلال قیمت سهام شرکت‌ها از یکدیگر، داریم:

$$f(\zeta,\lambda)=-\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\zeta_{\mathrm{i}}\mathrm{r_i}\sim C\left(-\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\zeta_{\mathrm{i}}\mu_{\mathrm{i}},\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\sigma_i^2|\zeta_{\mathrm{i}}|\right) \qquad (۷)$$

در این حالت نیز، با آگاهی از اوزان ζ_{i}، توزیع حاکم بر تابع زیان نیز مشخص خواهد شد که مبنای محاسبه ارزش در معرض ریسک قرار می‌گیرد. برآورد پارامتر μ_{i} و σ_i^2 تحت توزیع نرمال و تحت توزیع کوشی بر پایه ماکسیمم‌سازی تابع درستنمایی توزیع بدست می‌آید. تابع درستنمایی توزیع کوشی برای تعداد n مشاهده برابر است با:

$$l=(n-1)\ln(\sigma)-\sum_{i=1}^{n}\ln(\sigma^2+(x_i-\mu)^2) \qquad (۸)$$

همچنین، اگر توزیع تجربی بازده مدنظر باشد، آنگاه پس از برآورد اوزان ζ_{i}، می‌توان مقادیر $-\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\zeta_{\mathrm{i}}\mathrm{r_i}-$ را بر پایه مشاهدات محاسبه کرد و توزیع تجربی آن و ارزش در معرض ریسک بر پایه این توزیع تجربی را برآورد نمود.

- **برآورد اوزان ζ_{i} با تحلیل DEA**

به منظور برآورد اوزان پرتفوی (ζ_{i}) از تحلیل پوششی داده‌ها استفاده شد. در این تحلیل، مقادیر ارزش در معرض ریسک هر شرکت به عنوان پارامتر ورودی و مقادیر بازده مورد انتظار پرتفوی به عنوان خروجی تحلیل در نظر گرفته می‌شوند. در تحلیل DEA، تابع مطلوبیت به صورت رابطه (۹) تعریف شده است:

$$\theta=\frac{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\zeta_{\mathrm{i}}\eta_{\beta_{\mathrm{i}}}}{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\zeta_{\mathrm{i}}\mathrm{r_i}} \qquad (۹)$$

و محاسبه اوزان ζ_{i} معادل با حل برنامه خطی زیر است:

$$Min\ \frac{1-\theta}{1+\theta}$$
$$s.t.\ E\left[\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\zeta_{\mathrm{i}}\mathrm{R_i}\right]\geq \mathrm{E[R_b]}+\theta\tau(\mathrm{R_b}) \qquad (۱۰)$$

$$\gamma\left[\sum_{i=1}^{n}\zeta_i R_i\right] \le \gamma[R_w] - \theta\Delta(R_w)$$
$$\sum_{i=1}^{n}\zeta_i = 1\,,\zeta_i \ge 0, i = 1,2,\dots,n$$

و در این برنامه خطی،

$E[.]$: معرف تابع امید ریاضی است و داریم $E[\sum_{i=1}^{n}\zeta_i R_i] = \sum_{i=1}^{n}\zeta_i E[R_i]$ و $E[R_i]$ برابر با بازده مورد انتظار از سهم i است که از بزرگترین بازده مثبت تجربه شده برای آن سهم محاسبه می‌شود. همچنین $E[R_b]$ معرف مقدار امید ریاضی سرمایه‌گذاری (بازده مورد انتظار سرمایه گذاری) برای بهترین سهم است که برابر با بزرگترین بازده مثبت سهام در بین تمام شرکت‌ها در نظر گرفته می‌شود.

$\gamma[.]$: معرف تابع ریسک است و داریم $\gamma[\sum_{i=1}^{n}\zeta_i R_i] = \sum_{i=1}^{n}\zeta_i\gamma[R_i]$ و $\gamma[R_i]$ برابر با ریسک سرمایه‌گذاری در سهم i است که از انحراف معیار بازده سهم محاسبه می‌شود. همچنین $\gamma[R_w]$ معرف مقدار ریسک مورد انتظار حاصل از سرمایه‌گذاری در بدترین سهم است که برابر با بزرگترین بازده منفی سهام در بین تمام شرکت‌ها در نظر گرفته می‌شود.

همچنین، $\tau(R_b)$ برابر با اختلاف بین بیشترین بازده مورد انتظار سهام در بین شرکت‌ها (بجز بهترین سهم) از بازده مورد انتظار سرمایه‌گذاری برای بهترین سهم است و $\Delta(R_w)$ برابر با اختلاف بین کمترین ارزش در معرض ریسک بدست آمده برای شرکت‌ها (بجز بدترین سهم) از ارزش در معرض ریسک بدترین سهم است. یعنی:

$$\tau(R_b) = \max_i\{E[R_i]\} - E[R_b]\,,\Delta(R_w) = \eta_\beta(R_w) - \min_i\{\eta_\beta(R_i)\} \qquad (11)$$

اما از آنجا که خود مقادیر ورودی تحلیل DEA در تخمین پارامترهای ζ_i به مقادیر ζ_i وابسته هستند و از طرفی ارزش در معرض ریسک سرمایه‌گذاری نیز بر پایه مقادیر این پارامترها محاسبه می‌شود، برای حل مسئله برنامه ریزی خطی فوق، نمی‌توان از روش‌های متداول حل برنامه خطی استفاده کرد. بر همین اساس از الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای حل این برنامه خطی استفاده شده است.

ج) تشکیل پرتفوی بر پایه ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR):

ارزش در معرض ریسک شرطی برابر با مقدار مورد انتظار تابع زیان $f(\zeta,\lambda)$ تحت این شرط است که مقدار آن از ارزش در معرض ریسک η فراتر رود. یعنی:

$$\varphi(\zeta) = E[f(\zeta,\lambda)|f(\zeta,\lambda) > \eta] \qquad (12)$$

روکافلر و اوریاسف[1] (۲۰۲۰) نشان داده‌اند که در یک سناریوی سرمایه گذاری، می‌توان ارزش در معرض ریسک شرطی را به صورت رابطه (۱۳) محاسبه کرد:

$$\varphi(\zeta) = \min_{\eta}\left\{\eta + \frac{1}{1-\beta}E\left[\max\{0, f(\zeta,\lambda) - \eta\}\right]\right\} \quad (۱۳)$$

یعنی ارزش در معرض ریسک شرطی به ازای مقداری از η حاصل می‌شود که عبارت فوق را مینیمم سازد. با جایگذاری ضابطه تابع زیان در این رابطه، خواهیم داشت:

$$\varphi(\zeta) = \min_{\eta\epsilon\mathbb{R}}\left\{\eta + \frac{1}{1-\beta}\mathrm{E}\left[\max\left\{0, -\sum_{i=1}^{n}\zeta_i r_i - \eta\right\}\right]\right\} \quad (۱۴)$$

بنابراین، در این حالت نیز توزیع بازده سهام، نقش تعیین کننده‌ای در محاسبه $\varphi(\zeta)$ خواهد داشت. در این شرایط، تحت فرض نرمال بودن یا کوشی بودن توزیع بازده سهم داریم:

$$\mathrm{E}\left[\max\left\{0, -\sum_{i=1}^{n}\zeta_i r_i - \eta\right\}\right] = \max\left\{0, -\sum_{i=1}^{n}\zeta_i \mu_i - \eta\right\} \quad (۱۵)$$

در حالی که مقادیر پارامتر μ_i، در هریک از توزیع‌های نرمال و کوشی به شیوه‌های متفاوت انجام می‌شود. در تحلیل مبتنی بر توزیع تجربی بازده، از میانگین بازده‌های سهم برای برآورد μ_i استفاده شد. بنابراین، ارزش در معرض ریسک شرطی محاسبه شده به عنوان مقادیر ورودی تحلیل DEA در این بخش لحاظ می‌شوند و در تحلیل DEA برای برآورد اوزان پرتفوی به روش ارزش در معرض ریسک شرطی داریم:

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\varphi(\zeta_i)}{\sum_{i=1}^{n}\zeta_i r_i} \quad (۱۶)$$

و محاسبه اوزان ζ_i معادل با حل برنامه خطی زیر است:

$$\begin{aligned}
&Min\ \frac{1-\theta}{1+\theta}\\
&s.t.\ E\left[\sum_{i=1}^{n}\zeta_i R_i\right] \geq \mathrm{E}[R_b] + \theta\tau(R_b)\\
&\eta + \frac{1}{1-\beta}\max\left\{0, -\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\mu_i - \eta\right\} \leq CVaR[R_w] - \theta\Delta(R_w)\\
&-\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\mu_i \geq \eta\\
&\sum_{i=1}^{n}\zeta_i = 1\ , \zeta_i \geq 0, i = 1,2,\dots,n
\end{aligned} \quad (۱۷)$$

[1] Rockafellar and Uryasev

برای حل برنامه خطی فوق، با توجه به وابستگی مقادیر ورودی تحلیل به پارامترهای ζ_i از الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی ازدحام ذرات استفاده شده است. تجزیه وتحلیل داده‌های پژوهش با استفاده از نرم افزار R انجام گرفته است. واضح است که در صورتی که نسبت بازده به ریسک پرتفوی (به عنوان معیار عملکرد نهایی پرتفوی) در پرتفوی‌های حاصل از توزیع تجربی بازده، بزرگتر از این نسبت در پرتفوی‌های حاصل از توزیع نرمال و کوشی باشد، فرضیات تحقیق مورد تأیید قرار خواهند گرفت.

یافته ها

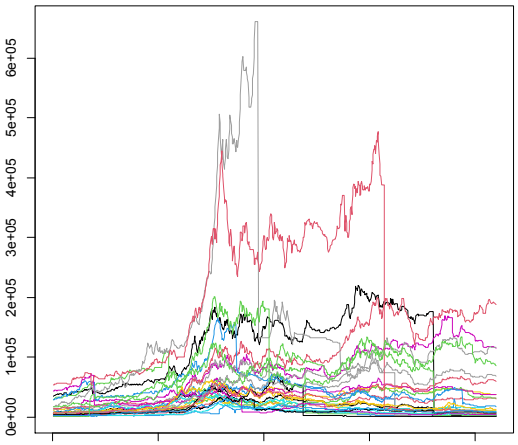
شاخص‌های تمرکز و پراکنش قیمت سهام نمادهای مورد مطالعه در این تحقیق به شرح جدول (۱) بوده است.

جدول ۱: آمار توصیفی قیمت سهام شرکت ها

نماد	میانگین	میانه	انحراف معیار	کمینه	بیشینه	چولگی	کشیدگی
پارس	۱۰۵۸۰۶/۶	۱۲۹۶۸۰	۶۶۵۴۴/۳۴	۲۲۳۰	۲۱۹۷۵۰	-۰/۱۹۱۸	۱/۶۰۴۵
پارسان	۲۰۲۰۱/۹۴	۲۱۶۲۰	۱۰۵۸۸/۱	۳۸۷۰	۴۰۶۳۰	-۰/۲۲۸۳	۱/۶۱۸۷
پاکشو	۳۹۵۶۱/۲۶	۴۲۳۹۰	۳۲۱۵۹/۸۶	۵۳۸۰	۱۰۹۸۰۲	۰/۲۲۴۳	۱/۵۲۵۵
پترول	۵۷۹۵/۰۳۱	۳۳۳۳	۴۴۶۴/۷۵۴	۰/۱۶۷۹	۲۰۳۷۰	۱/۰۵۰۹	۳/۰۷۷۰
تاپیکو	۱۰۹۳۵/۷۴	۱۲۲۰۰	۵۷۴۶/۶۰۶	۰/۲۱۸۴	۲۴۹۲۰	-۰/۱۳۶۲	۱/۹۸۲۸
جمپلین	۷۷۹۱۳/۶۸	۸۰۱۵۰	۴۲۲۲۷/۵۵	۱۰۰۰	۱۶۹۵۹۰	-۰/۰۶۰۸	۲/۰۹۳۱
جم	۳۴۰۵۰/۹۳	۳۹۶۰۰	۱۴۲۹۳/۷۶	۱۱۱۱۲	۵۳۸۳۰	-۰/۵۱۱۸	۱/۶۱۸۵
خراسان	۶۸۷۵۶/۲۳	۷۱۱۷۰	۳۶۴۷۷/۴۹	۱۳۴۵۱	۱۳۳۴۸۰	-۰/۱۲۶۲	۱/۷۷۳۴
سپاکسا	۱۹۸۰۱/۷۹	۱۹۱۸۰	۱۱۷۶۷/۸۴	۱۵۴۸	۴۹۳۹۰	۰/۲۷۶۸	۲/۴۳۲۵
سپدیس	۹۷۹۵۴/۷۹	۹۸۸۱۰	۶۰۰۰۱/۲	۱۳۸۷۱	۲۰۰۱۴۰	۰/۰۲۱۷	۱/۶۶۳۳
شاراک	۲۵۹۵۱/۷۴	۲۴۴۵۰	۱۳۸۲۸/۶۹	۵۹۹۷	۵۴۳۹۰	۰/۰۸۳۴	۱/۷۹۲۶
شاملا	۴۶۹۴۹/۴۱	۴۰۰۷۰	۳۲۶۸۳/۹۴	۸۶۱۰	۱۶۵۶۹۰	۱/۵۴۹۵	۵/۸۴۳۲
شپارس	۱۳۳۸۱/۷۵	۱۱۶۹۰	۷۸۸۸/۷۶۲	۳۹۹۶	۳۶۴۱۰	۰/۸۲۸۶	۲/۸۷۲۱
شخارک	۴۱۹۴۴/۸۷	۴۴۰۵۰	۱۱۶۷۵/۶۹	۱۸۷۷۱	۷۳۱۸۱	-۰/۴۰۲۲	۲/۶۶۱۶
شدوص	۱۶۶۰۲/۲۲	۱۴۴۸۰	۷۹۳۴/۳۶۷	۳۵۷۱	۳۵۰۴۰	۰/۲۱۵۹	۱/۸۹۱۰
شسینا	۱۱۹۴۰۰/۹	۸۰۵۸۰	۱۴۳۱۲۸/۷	۱۴۰۰	۶۶۰۴۹۰	۲/۰۴۱۶	۶/۷۳۰۲
شفارس	۱۴۵۰۷/۶	۴۷۷۴	۱۸۹۹۷/۱۲	۷۷۴	۶۹۱۶۰	۱/۲۶۰۹	۲/۹۸۳۵
شفان	۱۶۲۵۷۶/۵	۹۳۷۷۷	۱۳۸۷۹۴/۴	۵۶۶۰	۴۷۷۷۲۰	۰/۳۹۱۴	۱/۶۰۶۸
شکربن	۶۰۸۸۲/۳۵	۷۴۴۶۰	۳۸۳۵۰/۷	۳۰۲۰	۱۳۴۴۲۰	-۰/۱۴۱۶	۱/۶۶۱۵
شکلر	۳۳۸۷۹/۲۹	۳۴۴۴۲	۱۵۱۰۳/۱۱	۸۲۶۰	۶۹۲۵۰	۰/۰۷۲۸	۱/۸۹۵۵
شگل	۱۵۵۵۹/۱۳	۱۰۳۸۰	۱۰۷۷۰/۲۳	۳۷۳۹	۴۵۰۱۰	۰/۷۸۶۰	۲/۳۷۳۱

نماد	میانگین	میانه	انحراف معیار	کمینه	بیشینه	چولگی	کشیدگی
شلعاب	۱۴۰۹۹/۶۵	۹۰۶۰	۱۱۶۸۶/۷۳	۳۱۷۶	۵۰۸۸۰	۱/۳۱۳۵	۳/۵۳۷۹
شوینده	۲۴۵۰۹/۶۶	۲۰۲۲۰	۱۳۳۰۸/۹۱	۷۱۵۴	۶۲۳۱۰	۰/۸۹۵۶	۲/۸۷۰۱
شیراز	۴۷۰۳۸/۳۷	۵۴۵۴۰	۲۶۰۶۵/۹۹	۶۲۹۷	۹۵۱۰۰	-۰/۳۳۶۸	۱/۷۲۰۲
فارس	۱۱۳۸۶/۳۴	۹۶۱۰	۶۴۹۴/۰۵	۴۱۷۲	۳۴۲۵۰	۱/۹۶۲۴	۶/۲۱۰۹
کرماشا	۳۵۰۲۰/۴	۳۸۲۶۰	۱۸۸۵۶/۸۲	۶۵۹۶	۶۸۱۰۰	-۰/۱۸۰۷	۱/۶۹۷۲
نوری	۸۵۸۹۳/۸۶	۸۸۵۶۰	۴۸۹۹۳/۹۳	۱۰۰۰	۲۰۱۹۷۰	۰/۲۷۱۰	۲/۵۴۱۱
وپترو	۱۱۸۹۱/۷	۱۱۴۸۰	۵۶۶۹/۲۱۶	۲۲۳۰	۳۰۶۵۰	۰/۵۸۵۰	۳/۵۸۴۶

اطلاعات جدول (۱) نشان می‌دهد که مقادیر چولگی و کشیدگی قیمت سهام شرکت‌ها با اختلاف از مقادیر نرمال صفر و ۳، نشان از عدم نرمال بودن توزیع قیمت سهام دارند. نمودار (۱)، تغییرات زمانی قیمت سهام تمامی ۲۸ شرکت را در طول دوره تحقیق نشان می‌دهد.



نمودار ۱: تغییرات سری زمانی قیمت سهام شرکت ها

بر پایه مقادیر قیمت سهام شرکت‌ها، بازده‌های لگاریتمی هر سهم به صورت روزانه محاسبه شدو با توجه به مقادیر بازده‌های لگاریتمی حاصل شده، ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی، تحت سه توزیع نرمال، کوشی و توزیع تجربی داده‌ها و برای هر شرکت به طور جداگانه محاسبه شده‌اند. به منظور محاسبه این مقادیر، ابتدا پارامترهای توزیعی بازده برای هر شرکت از طریق ماکسیمم‌سازی تابع درستنمایی نرمال و کوشی برآورد شده و پس از برآورد پارامترهای توزیعی بازده لگاریتمی هر سهم، مقادیر ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض

ریسک شرطی برای تمامی نمادها و بر اساس هریک از توزیع‌های احتمالی محاسبه شده‌اند. جدول (۲) نتایج حاصل از برآورد ارزش در معرض ریسک هریک از نمادها را نشان می‌دهد.

جدول ۲: برآورد ارزش در معرض ریسک بازده‌های لگاریتمی تحت توزیع‌های احتمالی مختلف

توزیع	توزیع تجربی			توزیع نرمال			توزیع کوشی		
ضریب اطمینان	۰/۹	۰/۹۵	۰/۹۹	۰/۹	۰/۹۵	۰/۹۹	۰/۹	۰/۹۵	۰/۹۹
پارس	۰/۰۳۵	۰/۰۴۵	۰/۰۴۸۷	۹/۶۷۰	۱۲/۴۱۳	۱۷/۵۵۷	۰/۲۱۱	۰/۴۳۲	۲/۱۷۶
پارسان	۰/۰۴۷	۰/۰۴۸	۰/۰۴۸	۹/۸۱۴	۱۲/۵۵۵	۱۷/۶۹۷	۰/۲۴۱	۰/۴۹۲	۲/۴۷۴
پاکشو	۰/۰۳۴	۰/۰۴۴	۰/۰۴۸۷	۹/۶۷۳	۱۲/۴۱۶	۱۷/۵۶۰	۰/۰۱۴	۰/۰۳۱	۰/۱۵۹
پترول	۰/۰۴۳	۰/۰۴۸	۰/۰۵۴۴	۹/۶۹۳	۱۲/۴۳۵	۱۷/۵۷۹	۰/۶۹۴	۱/۴۲۴	۷/۱۷۵
تاپیکو	۰/۰۴۲	۰/۰۴۷	۰/۰۴۸۷	۹/۷۸۱	۱۲/۵۲۲	۱۷/۶۶۵	۰/۲۳۲	۰/۴۷۶	۲/۴۰۰
جمپلین	۰/۰۳۹	۰/۰۴۶	۰/۰۴۸۷	۹/۶۸۴	۱۲/۴۲۶	۱۷/۵۷۱	۰/۲۰۲	۰/۴۱۵	۲/۰۹۰
جم	۰/۰۳۴	۰/۰۴۵	۰/۰۴۸۷	۹/۸۰۸	۱۲/۵۴	۱۷/۶۹۰	۰/۰۱۹	۰/۰۴۱	۰/۲۰۹
خراسان	۰/۰۴۰	۰/۰۴۷	۰/۰۴۸	۹/۸۳۶	۱۲/۵۷۶	۱۷/۷۱۸	۰/۲۲۹	۰/۴۷۱	۲/۳۷۵
سپاکسا	۰/۰۴۴	۰/۰۴۸	۰/۰۵۴	۹/۶۷۵	۱۲/۴۱۷	۱۷/۵۶۱	۰/۶۹۴	۱/۴۲۸	۷/۲۱۶
سپدیس	۰/۰۴۴	۰/۰۴۸	۰/۰۴۸۷	۹/۸۳۸	۱۲/۵۷۹	۱۷/۷۲۰	۰/۷۰۵	۱/۴۴۴	۷/۳۱۵
شاراک	۰/۰۴۳	۰/۰۴۷	۰/۰۴۸۷	۹/۷۸۹	۱۲/۵۳۰	۱۷/۶۷۳	۰/۷۰۹	۱/۴۵۳	۷/۳۱۷
شاملا	۰/۰۴۳	۰/۰۴۷	۰/۰۴۸۷	۹/۶۷۸	۱۲/۴۲۱	۱۷/۵۶۵	۰/۲۲۳	۰/۴۶۰	۲/۳۲۸
شپارس	۰/۰۴۳	۰/۰۴۶	۰/۰۴۸۷	۹/۷۱۱	۱۲/۴۵۳	۱۷/۵۹۷	۰/۶۹۱	۱/۴۲۵	۷/۲۱۰
شخارک	۰/۰۳۲	۰/۰۴۲	۰/۰۴۸۳	۹/۶۹۸	۱۲/۴۴۱	۱۷/۵۸۴	۰/۰۱۶	۰/۰۳۵	۰/۱۷۸
شدوص	۰/۰۴۳	۰/۰۴۶	۰/۰۴۸۷	۹/۷۲۵	۱۲/۴۶۷	۱۷/۶۱۱	۰/۶۹۲	۱/۴۳۰	۷/۲۵۰
شسینا	۰/۰۴۶	۰/۰۴۸	۰/۰۴۸۷	۹/۶۷۱	۱۲/۴۱۳	۱۷/۵۵۸	۰/۲۰۱	۰/۴۱۵	۲/۰۹۷
شفارس	۰/۰۴۵	۰/۰۴۸	۰/۰۵۴۷	۹/۶۷۳	۱۲/۴۱۶	۱۷/۵۶۰	۰/۶۷۸	۱/۳۹۶	۷/۰۵۴
شفان	۰/۰۴۱	۰/۰۴۷	۰/۰۴۸۷	۹/۶۷۱	۱۲/۴۱۳	۱۷/۵۵۸	۰/۲۱۳	۰/۴۳۷	۲/۲۰۰
شکربن	۰/۰۴۴	۰/۰۴۷	۰/۰۴۸۷	۹/۶۷۲	۱۲/۴۱۴	۱۷/۵۵۹	۰/۶۹۳	۱/۴۲۸	۷/۲۲۳
شکلر	۰/۰۴۵	۰/۰۴۸	۰/۰۴۹۶	۹/۷۲۱	۱۲/۴۶۳	۱۷/۶۰۶	۰/۶۹۰	۱/۴۲۴	۷/۲۰۸
شگل	۰/۰۴۱	۰/۰۴۶	۰/۰۴۸۷	۹/۷۰۰	۱۲/۴۴۲	۱۷/۵۸۶	۰/۲۲۲	۰/۴۵۶	۲/۳۰۵
شلعاب	۰/۰۴۴	۰/۰۴۸	۰/۰۴۸۸	۹/۶۹۲	۱۲/۴۳۵	۱۷/۵۷۹	۰/۶۸۸	۱/۴۱۹	۷/۱۸۱
شوینده	۰/۰۴۴	۰/۰۴۷	۰/۰۴۸۷	۹/۷۵۷	۱۲/۴۹۹	۱۷/۶۴۲	۰/۷۰۶	۱/۴۵۲	۷/۳۳۳
شیراز	۰/۰۴۰	۰/۰۴۷	۰/۰۴۸۷	۹/۸۵۲	۱۲/۵۹۳	۱۷/۷۳۴	۰/۲۳۳	۰/۴۷۹	۲/۴۱۳
فارس	۰/۰۴۰	۰/۰۴۶	۰/۰۵۱۵	۹/۷۱۰	۱۲/۴۵۲	۱۷/۵۹۶	۰/۲۲۴	۰/۴۵۸	۲/۳۰۳
کرماشا	۰/۰۴۵	۰/۰۴۴	۰/۰۴۸۷	۹/۸۴۱	۱۲/۵۸۲	۱۷/۷۲۳	۰/۲۴۰	۰/۴۹۱	۲/۴۷۱
نوری	۰/۰۴۹	۰/۰۴۰	۰/۰۵۲۶	۹/۶۸۵	۱۲/۴۲۰	۱۷/۵۶۳	۰/۲۰۶	۰/۴۲۰	۲/۱۴۹
وپترو	۰/۰۴۰	۰/۰۴۱	۰/۰۵۲۶	۹/۷۶۹	۱۲/۵۰۵	۱۷/۶۴۲	۰/۷۰۰	۱/۴۵۴	۷/۳۱۹

در برآورد ارزش‌های در معرض ریسک تحت توزیع نرمال مشاهده می‌شود که مقادیر این شاخص، بسیار بزرگ براور شده‌اند و این نتیجه را می‌توان به واریانس‌های بزرگ برآورد شده داده‌ها تحت این توزیع نسبت داد. در حالی که تحت توزیع تجربی داده‌ها و توزیع کوشی، مقادیر قابل قبولی برای ارزش در معرض ریسک هریک از نمادها برآورد شده است.

به منظور تشکیل پرتفوی بر پایه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی، از حل معادلات (۱۰) و (۱۷) استفاده شد. حل این معادلات منجر به برآورد اوزان نمادها در پرتفوی تحقیق به ازای هریک از مقادیر ضریب اطمینان و هریک از توزیع‌های احتمالی شد. تحت توزیع نرمال، پرتفوی VaR تنها از نماد شکربن تشکیل شد. در حالی که پرتفوی با ضریب اطمینان ۹۹ درصد تحت توزیع کوشی تنها از نماد شخارک تشکیل شد. این نتایج در حالی است که توزیع کوشی، پرتفوی متنوع‌تری نسبت به توزیع نرمال نتیجه داده و توزیع تجربی داده‌ها نیز پرتفوی متنوع‌تری نسبت به توزیع کوشی ارائه داد. این نتایج، بیانگر، اهمیت توزیع احتمالی بازده‌ها در محاسبه ارزش در معرض ریسک پرتفوی است که می‌تواند پرتفوی‌ها کمتر متنوع یا بیشتر متنوعی را نتیجه دهد. همچنین، برآورد اوزان پرتفوی CVaR تحت توزیع‌های احتمالی و ضرایب اطمینان مختلف نیز محاسبه شد و با استفاده از رابطه (۱)، مقادیر بازده پرتفوی در هر ضریب اطمینان محاسبه گردید. به منظور مقایسه عملکرد دو روش ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی تحت هریک از توزیع‌های احتمال بازده، عملکرد پرتفوی‌ها از نظر بازده و ریسک، در دوره‌های نگهداری ۳، ۶ و ۱۲ ماهه ارزیابی شده‌اند. جدول (۳) نتایج حاصل از عملکرد پرتفوی‌های VaR را به تفکیک هریک از توزیع‌های احتمال، دوره‌های نگهداری و سطوح اطمینان نشان می‌دهد.

جدول ۳: عملکرد (نسبت بازده به ریسک) پرتفوی‌های VaR تحت توزیع‌های مختلف

سطح اطمینان	توزیع تجربی			توزیع نرمال			توزیع کوشی		
	۳ ماه	۶ ماه	۱۲ ماه	۳ ماه	۶ ماه	۱۲ ماه	۳ ماه	۶ ماه	۱۲ ماه
٪۹۰	۸/۸۱۴۶	۱۱/۱۱۸	۱۵/۸۸۴	۵/۲۹۱	۵/۲۹۱	۵/۲۹۱	۹/۹۶۵۸	۱۳/۹۷۲۱	۱۰/۲۳۰۵
٪۹۵	۹/۵۷۷۸۸۵	۱۱/۵۲۵۱۱	۱۱/۵۲۵۱۱	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴	-۶/۳۰۹۹۵	۷/۴۶۴۶	۷/۴۶۴۶
٪۹۹	۱۰/۷۲۲۸۴	۱۱/۳۸۷۰۹	۱۴/۴۱۱۸۱	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴	-۵/۲۹۰۵	۵/۲۹۱۵	۵/۲۹۱۸

باتوجه به نتایج جدول (۳) مشاهده می‌شود که در پرتفوی‌های VaR مورد مطالعه، پرتفوی مبتنی بر توزیع تجربی بازده‌ها در سطح ۹۵ و ۹۹ درصد بهترین عملکرد را از نظر نسبت بازده به ریسک در مقایسه با پرتفوی‌های مبتنی بر توزیع نرمال و کوشی داشته است. در سطح اطمینان ۹۰ درصد نیز پرتفوی مبتنی بر توزیع کوشی در دوره‌های نگهداری ۳ و ۶ ماهه بهترین عملکرد را داشته اما در دوره ۱۲ ماهه نگهداری، پرتفوی مبتنی بر توزیع تجربی بازده عملکرد بهتری داشته است. بنابراین به نظر می‌رسد که پرتفوی حاصل از ارزش در معرض ریسک بر پایه توزیع تجربی بازده، کاراتر از پرتفوی‌های حاصل از توزیع‌های نرمال و کوشی است و لذا فرضیه اول تحقیق را می‌توان

پذیرفت. جدول (۴) نتایج حاصل از عملکرد پرتفوی‌های CVaR را به تفکیک هریک از توزیع‌های احتمال، دوره‌های نگهداری و سطوح اطمینان نشان می‌دهد.

جدول ۴: عملکرد (نسبت بازده به ریسک) پرتفوی‌های CVaR تحت توزیع‌های مختلف

سطح اطمینان	توزیع تجربی			توزیع نرمال			توزیع کوشی		
	۳ ماه	۶ ماه	۱۲ ماه	۳ ماه	۶ ماه	۱۲ ماه	۳ ماه	۶ ماه	۱۲ ماه
٪۹۰	۲۰/۷۱۲۲	۱۹/۰۰۶۹	۱۳/۴۰۶۶	۲۰/۷۱۲۲	۱۹/۰۰۶۹	۱۳/۴۰۶۶	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴
٪۹۵	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴	۲۰/۷۱۲۲	۱۹/۰۰۶۹	۱۹/۰۰۶۹
٪۹۹	۱۹/۲۰۲۱	۲۰/۰۱۴۱	۱۲/۹۳۹۵	۲۰/۷۱۲۲	۱۹/۰۰۶۹	۱۳/۴۰۶۶	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴	۵/۲۹۱۴

نتایج جدول (۴) نشان می‌دهد که در پرتفوی CvaR نتایج حاصل از عملکرد پرتفوی‌های مبتنی بر توزیع تجربی بازده و توزیع نرمال مشابه و بسیار نزدیک به یکدیگر بوده است. بجز اختلافی که در سطح ۹۹ درصد بین این دو روش وجود دارد، ارزش درمعرض ریسک شرطی با سطوح اطمینان ۹۰ و ۹۵ درصد اختلافی بین عملکرد این دو پرتفوی ایجاد نکرده است. با این حال، همچنان می‌توان پرتفوی حاصل از توزیع تجربی بازده‌ها را به عنوان پرتفوی با بهترین عملکرد دانست و می‌توان ادعا نمود که پرتفوی حاصل از ارزش در معرض ریسک شرطی بر پایه توزیع تجربی بازده، کاراتر از پرتفوی‌های حاصل از توزیع‌های نرمال و کوشی است. از این رو فرضیه دوم تحقیق نیز مورد پذیرش واقع شده است. به منظور مقایسه نتایج این روش در برابر روش مینیمم واریانس مارکوییتز، اوزان پرتفوی در روش مینیمم واریانس نیز محاسبه شده و عملکرد ۳، ۶ و ۱۲ ماهه پرتفوی به شرح جدول (۵) محاسبه شده است.

جدول ۵: عملکرد پرتفوی مینیمم واریانس مارکوییتز

دوره نگهداری	بازده	ریسک	بازده/ریسک
۳ ماهه	۰/۰۶۷۶۴	۰/۰۰۶۷۴	۱۰/۰۲۳۵۴
۶ ماهه	۰/۳۴۵۳	۰/۰۳۰۱۶	۱۱/۴۴۷۱۱
۱۲ ماهه	۰/۲۹۵۶	۰/۰۴۸۴۸	۶/۰۹۶۶

مقایسه نتایج نشان می‌دهد که تشکیل پرتفوی بر پایه معیارهای ریسک VaR و CvaR در سطوح اطمینان مختلف، عملکرد بهتری از نظر نسبت بازده به ریسک پرتفوی در مقایسه با پرتفوی مینیمم واریانس داشته است. این نتایج نشان می‌دهد که پرتفوی VaR و CvaR که در آنها بهینه‌سازی نسبت بازده به ریسک مدنظر است، عملکردی بهتر از روش متداول مینیمم واریانس ارائه می‌دهد.

بحث و نتیجه‌گیری

نتایج این تحقیق نشان داد که تشکیل پرتفوی‌های سرمایه‌گذاری بر پایه ارزش در معرض ریسک (VaR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) منجر به پرتفوی‌هایی با عملکرد (بازده به ریسک) بالاتر در مقایسه با روش مینیمم واریانس می‌شود و این یافته را پیش‌تر نیز مطالعات آلجینوویچ و همکاران (۲۰۲۱)، گابریلی و همکاران (۲۰۲۲)، بابالویان و چگینی (۱۳۹۴) و فلاح شمس و صادقی (۱۴۰۰) مستند کرده‌اند. تفکیک نتایج عملکرد پرتفوی بر اساس توزیع احتمال بازده سهام نشان می‌دهد که توزیع‌های احتمالی حاکم بر بازده‌های لگاریتمی سهم که در بسیاری از مطالعات به آن اتکا می‌شود، از توزیع‌های شناخته شده و حتی دم پهن (مانند توزیع کوشی) نیز کمتر تبعیت می‌کنند. در حالی که مشاهدات قبلی و توزیع تجربی بازده‌ها اطلاعات دقیق‌تری در خصوص ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی فراهم می‌آورد. این نتایج تبیین کننده این است که صرفنظر از مطلوبیت روش VaR و CvaR در تشکیل پرتفوی نسبت به پرتفوی‌های مینیمم واریانس، محاسبه توزیع بازده بر پایه توزیع تجربی، مورد مطلوب در بازار سرمایه ایران است. بنابراین پیشنهاد می‌شود که سرمایه‌گذاران در بازار سرمایه، به هنگام تشکیل پرتفوی، هم معیارهای ارزش در معرض ریسک را مبنای تحلیل خود قرار دهند و هم اینکه در محاسبه ریسک و بازده مورد انتظار خود، مشاهدات و برآوردهای تجربی، و نه تئوریک، را در نظر گیرند.

فهرست منابع

بابالویان، شهرام؛ چگینی، مژگان (۱۳۹۴). مقایسه مدل مارکویتز و ارزش در معرض ریسک شرطی و کاربرد آنها در تشکیل سبد سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادارتهران. کنفرانس بین المللی پژوهشهای نوین در مدیریت و مهندسی صنایع.

خادم پور آرانی، عباس، کیقبادی، امیر رضا، معدنچی زاج، مهدی؛ زمردیان، غلامرضا (۱۴۰۱). مدل تلفیقی چند هدفه و اقتصادسنجی جهت بهینه‌سازی پرتفوی سهام. پژوهش‌های حسابداری مالی و حسابرسی، ۱۴(۵۴)، ۲۹۲-۲۶۳.

فلاح شمس، میرفیض؛ صادقی، امیر (۱۴۰۰). بهینه‌سازی پورتفوی با استفاده از رویکرد کاپولا و ارزش در معرض ریسک چند متغیره شرطی در بورس اوراق بهادار تهران. دانش سرمایه‌گذاری، ۱۰(۴۰)، ۲۰۵-۲۲۶.

فلاح‌پور، سعید، راعی، رضا، فدائی‌نژاد، محمداسماعیل؛ مناجاتی، رضا (۱۳۹۸). ارائه مدلی جهت بهینه‌سازی فعال سبد سهام با استفاده از ارزش در معرض ریسک شرطی؛ کاربردی از رویکرد مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی بر اساس رویکرد الگورتیم DE. دانش سرمایه‌گذاری، ۸(۳۰)، ۳۷-۵۰.

Aljinovi´c, Z.; Marasovi´c, B.; Šestanovi´c, T. (2021). Cryptocurrency Portfolio Selection—A Multicriteria Approach. Mathematics, 9, 1677.

Batrancea, L.; Rathnaswamy, M.K.; Batrancea, I. (2021). A Panel Data Analysis on Determinants of Economic Growth in Seven Non BCBS Countries. J. Knowl. Econ. 13, 1651–1665.

Benati, S.; Conde, E. (2021). A relative robust approach on expected returns with bounded CVaR for portfolio selection. Eur. J. Oper. Res. 296, 332–352.

Bodnar, T.; Lindholm, M.; Niklasson, V.; Thorsén, E. (2022). Bayesian portfolio selection using VaR and CVaR. Appl. Math. Comput. 427, 127120.
Burney, S.M.; Jilani, T.; Tariq, H.; Amjad, U. (2019). A Portfolio Optimization Algorithm Using Fuzzy Granularity Based Clustering. Broad Res. Artifical Intell. Neurosci. 10, 159–173.
Chen, Z.P.; Lin, R.Y. (2006). Mutual fund performance evaluation using data envelopment analysis with new risk measures. OR Spectr, 28, 375–398.
Chyzak, F., Nielsen, F. (2019). A closed-form formula for the Kullback-Leibler divergence between Cauchy distributions. arXiv:1905.10965
Gabrielli, P.; Aboutalebi, R.; Sansavini, G. (2022). Mitigating financial risk of corporate power purchase agreements via. Energy Econ., 109, 105980.
Kaucic, M. (2019). Equity portfolio managment with cardinality constraints and risk parity control using multi-objective particale swarm optimization. Comput. Oper. Res., 109, 300–316.
Lamb, J.D.; Tee, K.-H. (2012). Data envelopment analysis models of investment funds. Eur. J. Oper. Res. 216, 687–696.
Li, M.; Lei, D.; Cai, J. (2019). Two-level imperialist competitive algorithm for energy-efficient hybrid flow shop scheduling problem with relative importance of objectives. Swarm Evol. Comput., 49, 34–43.
Liu, C.; Yin, Y. (2018). Particle swarm optimised analysis of investment decision. Cogn. Syst. Res., 52, 685–690.
Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. J. Financ. 7, 77–91.
Strub, M.S.; Li, D.; Cui, X.; Gao, J. (2019). Discrete-Time Mean-CVaR Portfolio Selection and Time-Consistency. J. Econ. Dyn. Control., 108, 103751.
Xiao, H.; Ren, T.; Zhou, Z.; Liu, W. (2021). Parameter uncertainty in estimation of portfolio efficiency: Evidence from an interval diversification-consistent DEA approach. Omega, 103, 102357
Yin, Z.; Gao, Q. (2019). A Novel Imperialist Competitive Algorithm for Scheme Configuration Rules Extraction of Product Service. Procedia Cirp, 80, 762–767
Zhang, H. (2020). Optimization of risk control in financial markets based on particale swarm optimization algorithm. J. Comput. Appl. Math, 368, 112530.
Zhou, Z.; Gao, M.; Xiao, H.; Wang, R.; Liu, W. (2021). Big data and portfolio optimization: A novel approach integrating DEA with multiple data sources. Omega, 104, 102479.

Financial Economics
Vol. (16) Issue (64) Winter 2027

Investment portfolio based on Value at Risk (VaR) and Conditional Value at Risk (CVaR) with emphasis on the role of return distribution

Hosseinali Heidarzadeh
Department of Industrial Management & Economic, Science and Research Branch
heydarzadeh56@gmail.com

Fraydoon Rahnamay Roodposhti
Department of Accounting, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran
(Corresponding Author)
Roodposhti.rahnama@gmail.com

,Alireza Rashidi Komijan
Department of Industrial Engineering, Firoozkoh Branch, Islamic Azad University, Firoozkoh, Iran
rashidi@azad.ac.ir

Seyed Esmaeil Najafi
Department of Industrial Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University,Tehran, Iran
najafi1515@yahoo.com

Abstract
In this study, VaR and CvaR portfolio performance was compared based on return probability distributions. For this purpose, the stock returns of 28 active symbols of chemical products group of Tehran Stock Exchange during the period from April 2019 to August 2023 were used. The results based on the solution of linear programming with the particle swarm optimization algorithm showed that the formation of portfolio based on VaR/CVaR leads to higher performance (return to risk ratio) compared to the minimum variance method. The separation of the portfolio performance results based on the probability distribution of stock returns showed that the VaR/CVaR based on the empirical distribution of data and at the confidence levels of 90, 95 and 99 percent, provides more favorable performance and the ratio of return to portfolio risk for the portfolio resulting from the empirical distribution of the data is higher.Regardless of the usefulness of VaR and CvaR methods in portfolio formation compared to minimum variance portfolios, calculating the return distribution based on the empirical distribution is desirable in the Iranian capital market.
Keywords: Value at Risk, Portofolio, Return Distribution.